

ГОТУЄМОСЬ ДО НМТ

ДОРОЖНЯ КАРТА
З ТЕМИ:
«Арифметичні задачі.
Середні величини.»

Укладачі:

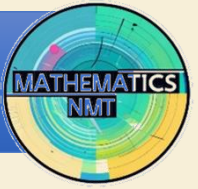
Ткаченко Олена Станіславівна ,

**Ліцей зі структурним підрозділом гімназії № 6
Покровської міської ради Донецької області**

Рудик Валентина Василівна,

**Загальноосвітня школа I-III ступенів № 9
Покровської міської ради Донецької області**

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК



Середні величини.

Середнім арифметичним кількох чисел називається частка від ділення суми цих чисел на їхню кількість.

Тобто, щоб його знайти, потрібно суму чисел поділити на їхню кількість.

Формула середнього арифметичного двох чисел виглядає так:

$$\frac{a + b}{2}$$

Визначення середнього арифметичного звучить страшно й незрозуміло, але насправді для його знаходження виконується лише дві арифметичні дії – додавання і ділення.

Наприклад, учень бере три якісь числа,
додає їх і ділить на 3.
Відповідь і буде середнім арифметичним.

$$\frac{a + b + c}{3}$$



THEORY

Округлення чисел

Розглянемо число 8,759123 Округлити до цілої частини означає записати лише ту частину числа, яка знаходиться до коми. Округлити до десятих означає записати цілу частину і після коми одну цифру; округлити до сотих – після коми дві цифри; до тисячних – три цифри і т.д.

Округлити 8,759123 ... з точністю до цілої частини.

8,759123 – відкидуємо

8,759123 – аналізуємо.. $7 \geq 5$

Отже $8,759123 \sim 9$

Округлити 8,759123 ... до десятих.

8,759123 – відкидуємо

8,759123 – аналізуємо.. $5 \geq 5$

Отже $8,759123 \sim 8,8$

Округлити 8,759123 ... до сотих.

8,759123 – відкидуємо

8,759123 – аналізуємо.. $9 \geq 5$

Отже $8,759123 \sim 8,76$

Округлити 8,759123 ... до тисячних.

8,759123 – відкидуємо

8,759123 – аналізуємо.. $1 \leq 5$

Отже $8,759123 \sim 8,759$



ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Дії над дробами

Додавання і віднімання. Сумою (різницею) двох дробів з однаковими знаменниками $\frac{a}{c}$ і $\frac{b}{c}$ є дріб з таким самим знаменником, а у чисельнику якого записана сума (різниця)

чисельників: $\frac{a \pm b}{c}$ Якщо дроби мають різні знаменники, треба звести їх до спільного.

Множення. Добутком двох дробів є дріб, у чисельнику якого стоїть добуток чисельників цих дробів, а у знаменнику – добуток знаменників: $\frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d} = \frac{a \cdot b}{c \cdot d}$

Ділення. Операції ділення дробів еквівалентна операція множення на дріб, що є оберненим: $\frac{a}{c} : \frac{b}{d} = \frac{a}{c} \cdot \frac{d}{b} = \frac{a \cdot d}{c \cdot b}$

Стандартний вигляд числа

Це запис числа в експоненціальному вигляді $a \cdot 10^n$, де $1 \leq a < 10$ – мантия числа, а $n \in \mathbb{Z}$ – порядок. У стандартному вигляді легко представляти дуже маленькі або дуже великі числа.

Наприклад

$$256000 = 2,56 \cdot 10^5; 0,00071 = 7,1 \cdot 10^{-4}.$$

Дроби та дії над ними

Звичайний дріб – це число виду $\frac{m}{n}$, де чисельник дробу m та знаменник дробу n – натуральні числа. Якщо $m < n$ то дріб називають **правильним**, якщо $m \geq n$ – **неправильним**.

Число, що є сумою натурального числа та звичайного дробу, називають **мішаним**.

Перевести мішане число у звичайний дріб можна, помноживши цілу частину на знаменник дробової частини та додавши до чисельника дробової частини.

Основна властивість дробу: якщо і чисельник, і знаменник помножити чи поділити на одне й те саме число, відмінне від нуля, отримаємо дріб, що рівний вихідному.

Наприклад

$$10\frac{2}{7} = \frac{(10 \cdot 7 + 2)}{7} = \frac{72}{7}.$$

$$\frac{5}{2} = \frac{5 \cdot 7}{2 \cdot 7} = \frac{35}{14}.$$

Алгоритм зведення дробів до спільного знаменника

Знайти НСК знаменників дробів.

Поділити НСК на кожний зі знаменників і знайти додаткові множники.

Помножити чисельник і знаменник дробу на його додатковий множник.

Наприклад: звести дроб $\frac{2}{9}$ і $\frac{7}{12}$ до спільного знаменника.

НСК (9, 12) = 36.

Додаткові множники: $\frac{36}{9} = 4$, $\frac{36}{12} = 3$.

Маємо: $\frac{(2 \cdot 4)}{(9 \cdot 4)} = \frac{8}{36}$ і $\frac{7 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{21}{36}$.



THEORY

Задачі на продуктивність

У ЗНО часто зустрічаються задачі, в яких йде мова про виконання спільної роботи: копання грядок, виготовлення деталей, заповнення басейну водою з декількох труб тощо.

У всіх цих задачах використовуються одні й ті самі **три параметри**:

об'єм роботи: S ;

час виконання роботи: t ;

продуктивність: v (швидкість виконання).

Ці параметри пов'язані співвідношенням:

$$\text{Об'єм роботи} = \text{продуктивність} \times \text{час} \Leftrightarrow S = v \cdot t.$$

Якщо об'єм роботи не вказаний – його краще прийняти рівним одиниці для спрощення розрахунків.

Ключовим знанням для розв'язку задач на продуктивність є те, що швидкість спільної

роботи рівна сумі індивідуальних швидкостей виконання робіт: $v_{\Sigma} = v_1 + v_2 = \frac{S}{t_1} + \frac{S}{t_2}$.

Приклад

Дві труби заповнюють басейн за 12 хвилин. Перша труба працюючи окремо може заповнити басейн за 20 хвилин. За скільки заповнить басейн друга труба?

Приймаємо об'єм роботи $S = 1$ (наповнити повний басейн). Час заповнення басейну першою трубою - $t_1 = 20$ хвилин, отже її продуктивність рівна $v_1 = \frac{S}{t_1} = \frac{1}{20}$. Нехай друга труба

заповнює басейн за $t_2 = x$ хвилин, отже її продуктивність рівна $v_2 = \frac{S}{t_2} = \frac{1}{x}$.

Час спільної роботи дорівнює $t_{\Sigma} = 12$ хвилин, тоді спільна продуктивність рівна

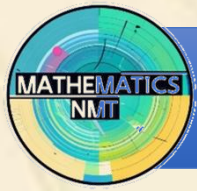
$v_{\Sigma} = \frac{S}{t_{\Sigma}} = \frac{1}{12}$, звідки випливає наступне рівняння:

$$v_{\Sigma} = v_1 + v_2 \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{20} + \frac{1}{x}.$$

Звідки $x = 30$.



THEORY



ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Уранці визначили температуру на десяти метеостанціях.
Отримані дані помістили у таблиці. Визначте x , якщо
середнє арифметичне всіх даних дорівнює 3° .

Температура (у градусах) 2 3 x

Кількість метеостанцій 3 4 3

А) 4,4 Б) 3,4 В) 3,8 Г) 4,2 **Д) 4**

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$$\frac{2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + x \cdot 3}{10} = 3 \Leftrightarrow \frac{6 + 12 + 3x}{10} = 3 \Leftrightarrow 18 + 3x = 30 \Leftrightarrow 3x = 12 \Leftrightarrow x = 4.$$

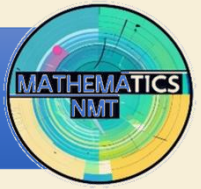
На складі є коробки з ручками двох кольорів: з чорними та синіми. Коробок з чорними ручками 4, з синіми — 11. Скільки всього ручок на складі, якщо чорних ручок 640, коробки однакові та в кожній коробці знаходяться ручки лише одного кольору?

А) 2000 Б) 2190 В) 1760 **Г) 2400** Д) 2450

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Оскільки коробки однакові, у кожну поміщається однакова кількість ручок. Всього на складі 640 чорних ручок або 4 коробки, отже, в одну коробку міститься $640 : 4 = 160$ ручок. Тоді синіх ручок складі $11 \cdot 160 = 1760$, а всього ручок складі $1760 + 640 = 2400$.

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК



О шостій годині ранку визначено температуру повітря на десяти метеостанціях. Отримані дані відображено в таблиці.

Температура (у градусах)	1 3 4 x
Кількість метеостанцій	2 3 4 1

Визначте x , якщо середнє арифметичне всіх цих даних дорівнює $3,5^\circ$.

А) $x = 5$ Б) $x = 6$ В) $x = 7$ **Г) $x = 8$** Д) $x = 9$

РОЗВ'ЯЗАННЯ

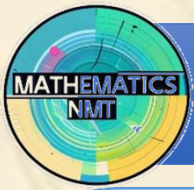
$$\frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 1 \cdot x}{10} = 3,5 \Leftrightarrow \frac{27 + x}{10} = 3,5 \Leftrightarrow 27 + x = 35 \Leftrightarrow x = 8.$$

Середній зріст 10 спортсменів — 192 см, а середній зріст шести з них — 190 см. Який середній зріст інших чотирьох спортсменів?

А) 190 см **Б) 195 см** В) 189 см Г) 197 см Д) 192 см

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Загальний зріст всіх 10 спортсменів дорівнює 1920 см, загальний зріст шести з них дорівнює 1140 см. Загальний зріст чотирьох спортсменів, що залишилися, дорівнює $1920 - 1140 = 780$ см, тоді їх середній зріст дорівнює $780 : 4 = 195$ см.



ПРАКТИЧНИЙ БЛОК



Зі ставка виловили 10 щук. П'ять щук важили по 0,85 кг, чотири по 0,36 кг, одна 0,91 кг. Обчисліть середню масу щук. Відповідь округлите до сотих.

А) 0,68 кг **Б) 0,66 кг** В) 0,7 кг Г) 0,62 кг Д) 0,72 кг

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$$\frac{5 \cdot 0,85 + 4 \cdot 0,36 + 0,91}{10} = \frac{4,25 + 1,44 + 0,91}{10} = \frac{6,66}{10} = 0,66 \text{ кг.}$$

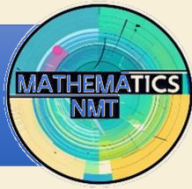
Середнє арифметичне п'яти чисел дорівнює 300. Одне з цих чисел дорівнює 500. Знайдіть середнє арифметичне чотирьох чисел, що залишилися.

А) 300 **Б) 250** В) 275 Г) 325 Д) 200

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Сума п'яти чисел дорівнює $300 \cdot 5 = 1500$, сума чотирьох чисел дорівнює $1500 - 500 = 1000$, їх середнє арифметичне дорівнює $1000:4=250$

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК



Відрізок, довжина якого дорівнює 60 см, розділений точками на чотири рівні відрізки. Визначте відстань між серединами отриманих крайніх відрізків.

А) 36 см Б) 40 см **В) 45 см** Г) 48 см Д) 50 см

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Довжини цих відрізків становлять $60:4=15$ сантиметрів. Відстань між серединами крайніх відрізків дорівнює сумі довжин другого, третього та половин довжин першого та четвертого, отримуємо:

$$15 + 15 + \frac{1}{2} \cdot 15 + \frac{1}{2} \cdot 15 = 15 \left(1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = 15 \cdot 3 = 45 \text{ см.}$$

Прибутковість вкладу, що пропонується п'ятьма різними банками, дорівнює 11,4%, 14,2%, 15,8%, 12,4%, 13,2%.
Яка середня доходність вкладу?

А) 13,5% Б) 12,9% **В) 13,4%** Г) 13,1% Д) 14,1%

РОЗВ'ЯЗАННЯ

$$\frac{11,4 + 14,2 + 15,8 + 12,4 + 13,2}{5} = \frac{67}{5} = 13,4\%.$$



ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Один кілограм яблук коштує на базарі від 9 грн до 12 грн, а один кілограм груш — від 19 грн до 25 грн. Оксана заплатила за куплені на базарі 2 кг яблук та 3 кг груш m гривень. Укажіть нерівність, що виконуватиметься для m .

- А) $28 < m < 37$ Б) $18 < m < 75$ **В) $75 < m < 99$** Г) $42 < m < 66$ Д) $75 < m < 81$

РОЗВ'ЯЗАННЯ

Якщо брати найдешевші яблука та груші, то заплатиш $2 \cdot 9 + 3 \cdot 19 = 18 + 57 = 75$ гривень, а якщо найдорожчі, то $2 \cdot 12 + 3 \cdot 25 = 24 + 75 = 99$ ГРН.

В) $75 < m < 99$



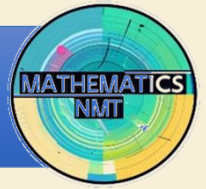
У під'їзді шістнадцятиповерхового будинку на першому поверсі розташовано 6 квартир, а на кожному з решти поверхів — по 8. На якому поверсі квартира №31, якщо квартири від №1 і далі пронумеровано послідовно від першого до останнього поверху?

- А) 3 Б) 4 **В) 5** Г) 6 Д) 8

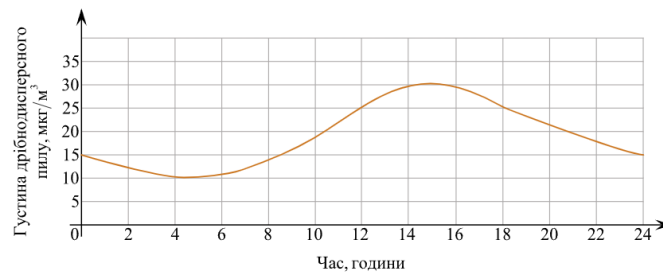
РОЗВ'ЯЗАННЯ

На першому поверсі остання квартира має номер 6, на другому $6 + 8 = 14$, на третьому $14 + 8 = 22$, на четвертому $22 + 8$. Значить, квартира 31 - перша квартира п'ятого поверху.

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК



На рисунку відображено зміну густини (мкг/м³) дрібнодисперсного пилу в повітрі протягом доби в деякому районі міста. Укажіть із-поміж наведених проміжків часу (год), упродовж якого густина такого пилу в повітрі лише зменшувалася.



А) [2; 6] Б) [8; 12] В) [12; 14] Г) [14; 16] **Д) [20; 24]**

РОЗВ'ЯЗАННЯ

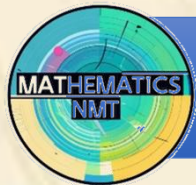
З малюнка видно, що густина пилу монотонно зменшується на проміжку [20; 24]

Микола частує свою родину фруктовим салатом із яблук, бананів й апельсинів. Для приготування однієї порції салату потрібно 1 банан, 2 апельсини та 3 яблука. Скільки апельсинів використав Микола, якщо він приготував за цим рецептом салат із 24 фруктів?

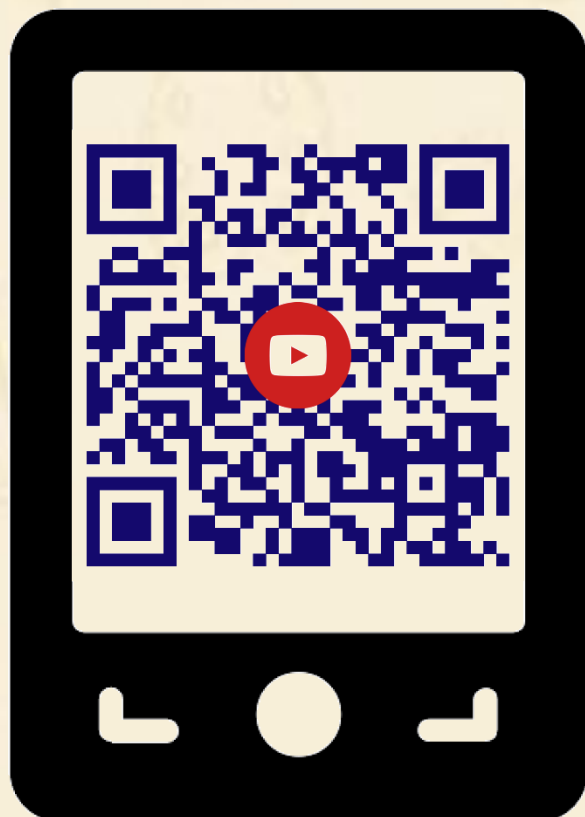
А) 4 Б) 5 **В) 8** Г) 12 Д) 18

РОЗВ'ЯЗАННЯ

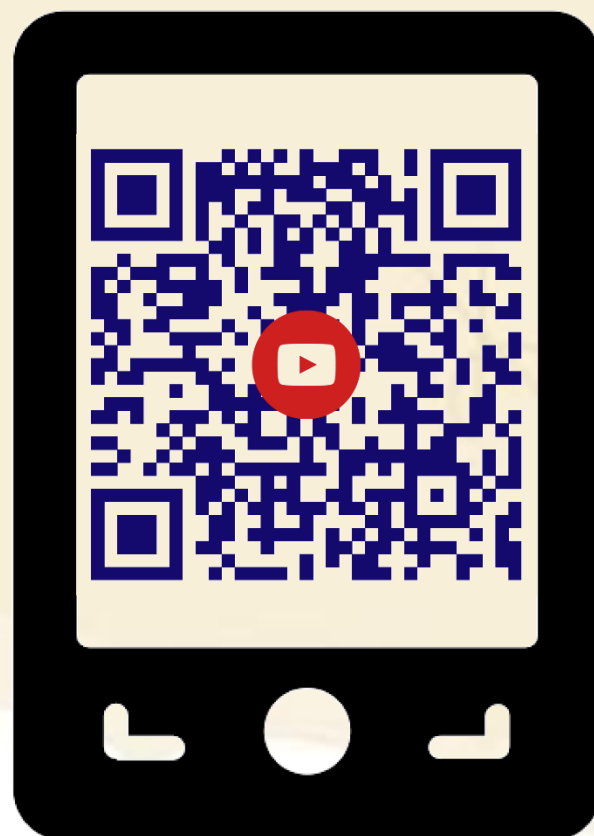
Загальна кількість фруктів, необхідна для одного салату, дорівнює $1 + 2 + 3 = 6$. Микола приготував $24 : 6 = 4$ салати. Отже, для приготування чотирьох салатів він використовував $4 \cdot 2 = 8$ апельсинів.



ВІДЕО БЛОК



**Скористайтесь
порадами з
відео розбору
завдань!**



ТРЕНУВАЛЬНИЙ БЛОК

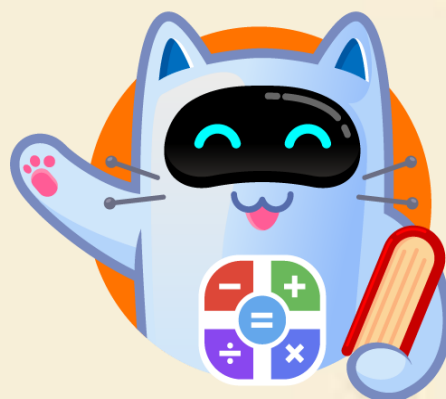


**Запрошуємо вас скористатися
онлайн-тренажерами для
ефективної підготовки до НМТ
з математики — тренуйтеся,
перевіряйте знання та
впевнено йдіть до мети!**





ІНТЕРАКТИВНИЙ БЛОК



Зосередьтеся! Поспішайте не поспішаючи! Жорсткі рамки часу не повинні впливати на якість Ваших відповідей. Перед тим, як вписати відповідь, перечитайте питання двічі і переконайтеся, що Ви правильно зрозуміли, що від Вас вимагається.

- **Починайте з легкого!** Відповідайте на ті питання, у правильності яких Ви не сумніваєтеся, не зупиняючись на тих, які можуть викликати довгі роздуми. Тоді Ви заспокоєтесь, голова почне працювати ясніше і чіткіше, і Ви увійдете в робочий ритм. Ви немовбито звільнитесь від нервозності, і вся Ваша енергія потім буде спрямована на важкі питання.
- **Пропускайте!** Треба навчитися пропускати важкі або незрозумілі завдання. Пам'ятайте: у тексті завжди знайдуться такі питання, з якими Ви обов'язково впораєтесь. Просто безглуздо недобрати балів тільки тому, що Ви не дійшли до "своїх" завдань, а зупинилися на тих, які викликають у Вас труднощі.
- **Читайте завдання до кінця!** Поспіх не повинен призводити до того, що Ви прагнете зрозуміти умови завдання "за першими словами" і добудовуєте кінцівку у власній уяві. Це вірний спосіб зробити прикрі помилки в найлегших питаннях.
- **Думайте тільки про поточне завдання!** Коли Ви бачите нове завдання, забудьте все, що було в попередньому. Як правило, завдання в тестах не пов'язані одне з одним, тому знання, які Ви застосували в одному (уже, припустимо, розв'язаному Вами), як правило, не допомагають, а тільки заважають сконцентруватися і правильно розв'язати нове завдання. Ця порада дає Вам і інший безцінний психологічний ефект - забудьте про невдачу в минулому завданні (якщо воно було Вам не під силу). Думайте тільки про те, що кожне нове завдання - це шанс набрати бали.
- **Виключайте!** Більшість завдань можна розв'язати швидше, якщо не шукати одразу правильний варіант відповіді, а послідовно виключати ті, які дійсно не підходять. Метод виключення дозволяє у результаті сконцентрувати увагу всього на одному-двох варіантах, а не на всіх п'яти-семи (що набагато важче).
- **Заплануйте два кола!** Розрахуйте час так, щоб за дві третини всього відведеного часу пройти за всіма легкими завданнями ("перше коло"). Тоді Ви встигнете набрати максимум балів на цих завданнях, а потім спокійно повернутися і подумати над важкими, які Вам спочатку довелося пропустити ("друге коло").
- **Перевірте!** Залиште час для перевірки своєї роботи, щоб встигнути пробігти очима і відмітити очевидні помилки.
- **Довіряйте інтуїції!** Якщо Ви не впевнені у виборі відповіді, але інтуїтивно можете віддати перевагу якійсь відповіді іншим, то інтуїції слід довіряти! При цьому вибирайте такий варіант, який, на Ваш погляд, має велику вірогідність.
- **Не засмучуйтеся!** Прагніть виконати всі завдання, але пам'ятайте, що тестові завдання розраховані на максимальний рівень важкості і, навіть якщо Ви розв'яжете не