

ГОТУЄМОСЬ ДО НМТ

ДОРОЖНЯ КАРТА З ТЕМИ:

**«ПЕРЕТВОРЕННЯ
ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНИХ
ВИРАЗІВ»**

Укладач:

Бойко Ольга Володимирівна
Білозерська ЗОШ I-III ступенів №18
Білозерської міської ради

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

1. Визначення

Дробово-раціональний вираз — це дріб, чисельник і знаменник якого є раціональними виразами, тобто многочленами.

Приклади: $\frac{x+2}{x-3}$; $\frac{x^2-9}{x^2+x}$.

2. Область допустимих значень (ОДЗ)

Перед виконанням будь-яких перетворень слід **знайти ОДЗ** — усі значення змінної, при яких вираз має зміст. ОДЗ визначається з умови: знаменник **не дорівнює нулю**. Приклад:

$$\frac{1}{x-5} \Rightarrow x \neq 5$$



THEORY

3. Основні види перетворень.

• Скорочення дробів

Щоб скоротити дріб, потрібно розкласти чисельник і знаменник на множники і спростити дріб, скоротивши на спільні множники. Приклад:

$$\frac{x^2-9}{x^2-x-6} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x+2)} = \frac{x+3}{x+2} \quad (x \neq 3, x \neq -2)$$

• Множення та ділення дробово-раціональних виразів

- При множенні дробів перемножують чисельники та знаменники, а потім скорочують.
- При діленні першого дробу на другий множать перший дріб на обернений другий.

Приклад множення:

$$\frac{x}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x-2} = \frac{x}{x-2} \quad (x \neq -1, x \neq 2)$$

Приклад ділення:

$$\frac{x^2-1}{x+2} : \frac{x-1}{x^2-4} = \frac{(x-1)(x+1)}{x+2} \cdot \frac{x^2-4}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x+2} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{x-1} \Rightarrow \frac{(x+1)(x-2)}{1}$$

• Додавання і віднімання

Щоб додати чи відняти дроби, слід:

- ✓ Знайти найменший спільний знаменник.
- ✓ Перетворити дроби до цього знаменника.
- ✓ Провести дію (додати або відняти чисельники).
- ✓ За можливості — скоротити.

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

4. Основні формули скороченого множення

Ці формули часто використовуються для розкладання на множники:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$



4. Основні формули скороченого множення

Ці формули часто використовуються для розкладання на множники:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

6. Типові помилки

- Ігнорування ОДЗ
- Нескорочення виразів до кінця
- Неправильне знаходження спільного знаменника
- Скорочення членів, а не множників (наприклад, $\frac{x+2}{x}$ не можна скоротити!!!)

7. Застосування

Ці перетворення необхідні для:

- Спрощення виразів
- Розв'язування рівнянь та нерівностей
- Аналізу функцій
- Обчислення значень виразів

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Приклад 1. Скоротити дріб: $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 2x + 1}$

Розв'язання:

- 1) Розкладемо чисельник і знаменник на множники

$$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3), \quad x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$$

- 2) Отримаємо

$$\frac{(x - 3)(x + 3)}{(x + 1)^2}$$

- 3) Немає спільних множників, скоротити не можна

Відповідь: $\frac{(x - 3)(x + 3)}{(x + 1)^2}$, ОДЗ: $x \neq -1$

Приклад 2. Множення дробів

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 6} \cdot \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 2}$$

Розв'язання:

- 1) Розкладаємо на множники

- $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$
- $x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$
- $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$

- 2) Запишемо добуток

$$\frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 3)(x + 2)} \cdot \frac{(x + 1)^2}{x + 2}$$

- 3) Скорочуємо

$$\frac{(x - 2)\cancel{(x + 2)}}{(x - 3)\cancel{(x + 2)}} \cdot \frac{(x + 1)^2}{x + 2}$$

- 4) Після скорочення

$$\frac{x - 2}{x - 3} \cdot \frac{(x + 1)^2}{x + 2} = \frac{(x - 2)(x + 1)^2}{(x - 3)(x + 2)}$$

Відповідь: $\frac{(x - 2)(x + 1)^2}{(x - 3)(x + 2)}$, ОДЗ: $x \neq -2, x \neq 3$

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Приклад 3. Додавання дробів $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+1}$

Розв'язання: 1) Знайдемо спільний знаменник: $x(x+1)$

2) Перетворимо дроб:

$$\frac{1 \cdot (x+1)}{x(x+1)} + \frac{2 \cdot x}{x(x+1)} = \frac{x+1+2x}{x(x+1)} = \frac{3x+1}{x(x+1)}$$

Відповідь: $\frac{3x+1}{x(x+1)}$, ОДЗ: $x \neq 0, x \neq -1$

Приклад: Скоротіть дріб

$$\frac{x^2-x-6}{x^2-3x}$$

1) Розкладаємо знаменник

$$x(x-3)$$

2) Розкладаємо чисельник за формулою розкладання квадратного тричлена на множники. Перед цим знаходимо корені рівняння $x^2-x-6=0$, отримали $(x-3)(x+2)$

3) Отримаємо $\frac{(x-3)(x+2)}{x(x-3)} = \frac{x+2}{x}$

ВІДЕО БЛОК

Скористайтесь
порадами з
відео розбору
завдань!



ТРЕНУВАЛЬНИЙ БЛОК

Запрошуємо вас скористатися
онлайн-тренажерами для
ефективної підготовки до НМТ
з математики — тренуйтеся,
перевіряйте знання та
впевнено йдіть до мети!



САМОСТІЙНИЙ БЛОК

Завдання 1. Скоротіть дріб:

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4}$$

Завдання 2. Виконайте множення:

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2} \cdot \frac{x - 2}{x + 1}$$

Завдання 3. Виконайте додавання:

$$\frac{3}{x - 1} + \frac{2}{x + 1}$$

Завдання 4. Знайдіть ОДЗ:

$$\frac{1}{x^2 - x - 6}$$

Відповіді:

1.
$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4} = \frac{(x - 2)(x - 3)}{(x - 2)(x + 2)} = \frac{x - 3}{x + 2}, \quad x \neq 2, x \neq -2$$
2.
$$\frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x - 2)} \cdot \frac{x - 2}{x + 1} = \frac{x + 1}{x - 2} \cdot \frac{x - 2}{x + 1} = 1, \quad x \neq 1, x \neq 2, x \neq -1$$
3. Спільний знаменник: $(x - 1)(x + 1)$
$$\frac{3(x + 1) + 2(x - 1)}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{3x + 3 + 2x - 2}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{5x + 1}{x^2 - 1}, \quad x \neq \pm 1$$
4. Розв'язати: $x^2 - x - 6 \neq 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 2) \neq 0$

Відповідь: ОДЗ:

$$x \neq 3, x \neq -2$$