

ГОТУЄМОСЬ ДО НМТ

ДОРОЖНЯ КАРТА
З ТЕМИ:
«Степінь, властивості
степенів. Перетворення
виразів, що містять
степені.»

Укладач: Любовська Ольга Вікторівна

Курахівський опорний заклад загальної середньої освіти №5

Курахівської міської ради

Донецької області

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Означення степеня з натуральним показником, більшим за 1

Означення 1. Степенем числа a з натуральним показником n ($n > 1$) називають добуток n множників, кожний з яких дорівнює a .

Означення 2. Степенем числа a з показником 1 називають саме числа a .

Вираз a^n читають так: « a в степені n » або « n - енний степінь числа a ».

Вирази a^2 і a^3 називають відповідно квадратом числа a і кубом числа a .



Якщо :	То:
показник степеня дорівнює 1	$a^1 = a$
основа степеня дорівнює 1	$1^n = 1$
основа степеня дорівнює 0	$0^n = 0$
$a^n = 0$	$a = 0$



THEORY

Знак степеня з натуральним показником n

- 1) Якщо $a = 0$, то $0^1 = 0$; $0^2 = 0 \cdot 0 = 0$; Отже, $0^n = 0$.
- 2) Якщо $a > 0$, то $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ множників}} > 0$ як добуток додатних чисел. Отже, $a^n > 0$ для будь-якого $a > 0$.
- 3) Якщо $a < 0$, то для непарного значення n маємо:
 $a^n < 0$ (як добуток непарної кількості від'ємних множників);
для парного значення n маємо:
 $a^n > 0$ (як добуток парної кількості від'ємних множників).

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

1. Множення степенів з однаковими основами:

Щоб помножити степені з однаковими основами, основу залишають тією самою, а показники степенів додають.

$$a^n a^m = a^{m+n}$$

Наприклад, $3^7 \cdot 3^5 = 3^{7+5} = 3^{12}$; $a^7 a^2 a^3 = a^{7+2+3} = a^{12}$

2. Ділення степенів з однаковими основами:

Щоб поділити степені з однаковими основами, основу залишають тією самою, а показники степенів віднімають.

$$a^n : a^m = a^{m-n}$$

Наприклад, $3^7 : 3^5 = 3^{7-5} = 3^2$; $a^7 : a^2 = a^{7-2} = a^5$



THEORY

3. Піднесення степеня до степеня

Щоб піднести степінь до степеня, основу залишають тією самою, а показники степенів перемножують.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Наприклад, $(3^7)^5 = 3^{7 \cdot 5} = 3^{35}$; $((3^2)^5)^7 = 3^{2 \cdot 5 \cdot 7} = 3^{70}$

4. Піднесення добутку до степеня:

Щоб піднести добуток до степеня, потрібно піднести до цього степеня кожний з множників і отримані результати перемножити.

$$(ab)^m = a^m \cdot b^m$$

Наприклад, $(7ab)^2 = 7^2 a^2 b^2 = 49a^2 b^2$

Множення степенів з однаковими основами

Щоб помножити степені з однаковими основами, основу залишають тією самою, а показники степенів додають.

$$a^n a^m = a^{m+n}$$

Наприклад, $3^7 \cdot 3^5 = 3^{7+5} = 3^{12}$; $a^7 a^2 a^3 = a^{7+2+3} = a^{12}$

2. Ділення степенів з однаковими основами:

Щоб поділити степені з однаковими основами, основу залишають тією самою, а показники степенів віднімають.

$$a^n : a^m = a^{m-n}$$

Наприклад, $3^7 : 3^5 = 3^{7-5} = 3^2$; $a^7 : a^2 = a^{7-2} = a^5$

Степінь із від'ємним цілим показником

$$a^{-k} = \frac{1}{a^k}$$

$$4^{-3} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$$

$$2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Приклад 1. Прочитайте вирази, назвіть основу і показник степеня:

- 1) $0,7^5$; 2) $(-4)^2$; 3) $(xy)^3$;
4) $(a - b)^5$; 5) $\left(\frac{1}{2}x^2y\right)^9$; 6) $(a^2 - b^2)^7$.

- 1) 0,7- основа, 5 –ступень; 2) (-4) - основа, 2 –ступень; 3) ху - основа, 3 – ступень; 4) (а-в) - основа, 5 –ступень; 5) $\left(\frac{1}{2}x^2y\right)$ - основа, 9 –ступень; 6) $(a^2 - b^2)^7$ - основа, 7 –ступень

Приклад 2. Виконаємо піднесення до степеня:

Виконаємо піднесення до степеня:

- 1) $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$.
2) $0^3 = 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$.
3) $(-5)^2 = -5 \cdot (-5) = 25$.
4) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{27}$.

Приклад 3. Знайти значення виразу:

- 1) $3 - 7 \cdot 2^3$; 2) $(2 + (-3)^4)^2$; 3) $((-1)^5 + (-1)^6)^8$;

Розв'язання.

- 1) $3 - 7 \cdot 2^3 = 3 - 7 \cdot 8 = 3 - 56 = -53$;
2) $(2 + (-3)^4)^2 = (2 + 81)^2 = 83^2 = 6889$;
3) $((-1)^5 + (-1)^6)^8 = (-1 + 1)^8 = 0^8 = 0$.

Приклад 4. Обчислити:

- 1) $3^7 \cdot 3^{10} = 3^{17}$; $6^4 \cdot 6 = 6^4 \cdot 6^1 = 6^5$; $a^8 a^3 a^2 = a^{8+3+2} = a^{13}$.
2) $2^{17} : 2^6 = 2^{17-6} = 2^{11}$; $b^8 : b = b^8 : b^1 = b^{8-1} = b^7$.
3) $(5^4)^5 = 5^{4 \cdot 5} = 5^{20}$; $(a^7)^{11} = a^{7 \cdot 11} = a^{77}$;
4) $((x^3)^2)^4 = (x^{3 \cdot 2})^4 = (x^6)^4 = x^{6 \cdot 4} = x^{24}$.
5) $(6ab)^2 = 6^2 a^2 b^2 = 36 a^2 b^2$; $(-2xy)^3 = (-2)^3 x^3 y^3 = -8 x^3 y^3$.
6) $(0,25)^6 \cdot 4^6 = (0,25 \cdot 4)^6 = 1^6 = 1$
7) $\frac{3 \cdot 9^5}{27^3} = \frac{3 \cdot (3^2)^5}{(3^3)^3} = \frac{3 \cdot 3^{10}}{3^9} = \frac{3^{11}}{3^9} = 3^2 = 9$

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

1. Знайдіть значення виразу:

$$A) 5 \cdot 10^{-2} = 5 \cdot \frac{1}{10^2} = 5 \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{20}$$

$$Д) 2^{-4} + 2^{-2} = \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^2} = \frac{1}{16} + \frac{1}{4} = \frac{1+4}{16} = \frac{5}{16}$$

2. Подайте у вигляді раціонального дробу вираз:

$$A) 4a^{-2}b^{-1} = \frac{4}{a^2b^1} = \frac{4}{a^2b};$$

$$Б) 7^{-1}ab^{-5} = \frac{a}{7^1b^5} = \frac{a}{7b}.$$

3. Використовуючи від'ємний показник подайте у вигляді добутку дріб

$$Б) \frac{4}{xy^3} = 4x^{-1}y^{-3};$$

$$Г) \frac{a+b}{(a-b)^2} = (a+b)(a-b)^{-2}$$

Подайте у вигляді виразу, який не містить степеня з від'ємним показником

$$\left(\frac{3a^{-2}}{4b^{-2}}\right)^{-2} \cdot 9a^{-6}b^{-2}$$

$$\left(\frac{3a^{-2}}{4b^{-2}}\right)^{-2} \cdot 9a^{-6}b^{-2} = \frac{16a^4}{9b^4} \cdot 9a^{-6}b^2 = \frac{16}{a^2b^2}$$

Спростіть вираз:

$$(x^{-2} - y^{-2}) : (x^{-1} - y^{-1})$$

$$\begin{aligned}(x^{-2} - y^{-2}) : (x^{-1} - y^{-1}) &= \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}\right) : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \\ &= \frac{y^2 - x^2}{x^2y^2} \cdot \frac{xy}{y-x} = \frac{y+x}{xy}\end{aligned}$$

Завдання 4: використовуючи від'ємний показник подайте у вигляді добутку дріб:

$$1) \frac{ab}{m^{-1}n^4} = abm^{-(-1)}n^{-4} = abmn^{-4};$$

$$2) \frac{5k^{-3}m}{p^{-7}} = 5k^{-3}mp^{-(-7)} = 5k^{-3}mp^7$$

Завдання 5: Спростіть вираз:

$$A) (a+5)^{-2}(3a+15) = \frac{1}{(a+5)^2}(3a+15) = \frac{3(a+5)}{(a+5)^2} = \frac{3}{a+5}.$$

Завдання 6

$$1) 3,5a^3b^7 : (0,5a^{-2}b^9) = 7a^5b^{-2}$$

$$\begin{aligned}2) 3\frac{1}{2}x^{-12}y^{-1} : \left(-1\frac{3}{4}x^6y^{-4}\right) &= \\ \frac{7}{2}x^{-12}y^{-1} : \left(-\frac{7}{4}x^6y^{-4}\right) &= -2x^{-18}y^5\end{aligned}$$

$$3) \frac{13a}{b^{-5}} \cdot \frac{b^{-8}}{26a^{-2}} = \frac{13ab^5}{1} \cdot \frac{a^2}{26b^8} = \frac{13a^2}{2b^3}$$

$$4) -\frac{12a^{-3}}{35x} \cdot \frac{7x^{-7}}{6a^{-8}} = -\frac{12x}{35a^3} \cdot \frac{7a^8}{6x^7} = -\frac{2a^5}{5x^6}$$

ВІДЕО БЛОК

**Скористайтесь
порадами з
відео розбору
завдань!**



ТРЕНУВАЛЬНИЙ БЛОК

**Запрошуємо вас скористатися
онлайн-тренажерами для
ефективної підготовки до НМТ
з математики — тренуйтеся,
перевіряйте знання та
впевнено йдіть до мети!**



САМОСТІЙНИЙ БЛОК

№1

Обчисліть $5^{\frac{7 \cdot 2^7}{20^5}}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{20}$	10

№2

$(\frac{1}{3})^{-2}$

А	Б	В	Г	Д
-9	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	9

№3

Скоротіть дріб $\frac{10ab^3}{5a^2b}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{b^4}{2a^3}$	$50a^3b^4$	$\frac{2b^4}{a^3}$	$\frac{b^2}{2a}$

№4

$0,4x^2 \cdot 5x^3 =$

А	Б	В	Г	Д
$2x^5$	$20x^5$	$2x^6$	$0,2x^5$	$0,2x^6$

№5

Обчисліть $2^{\frac{6 \cdot 5^6}{10^8}}$

А	Б	В	Г	Д
$10^{1,5}$	10^2	10^8	10^9	10^{10}

№6

Запишіть числа 2^{15} , 4^{10} , 10^5 у порядку зростання

А	Б	В	Г	Д
$2^{15}, 4^{10}, 10^5$	$2^{15}, 10^5, 4^{10}$	$10^5, 2^{15}, 4^{10}$	$10^5, 4^{10}, 2^{15}$	$4^{10}, 2^{15}, 10^5$

САМОСТІЙНИЙ БЛОК

№7

Спростіть вираз $0,8b^9 : 8b^3$

А	Б	В	Г	Д
$0,1b^6$	$10b^6$	$6,4b^{12}$	$0,1b^3$	$10b^3$

№8

Спростіть вираз $(a^6)^4 : a^2$, де $a \neq 0$

А	Б	В	Г	Д
a^5	a^8	a^{10}	a^{12}	a^{22}

№9

Спростіть вираз $\frac{b^2 \cdot b^{10}}{b^4}$, де $b \neq 0$

А	Б	В	Г	Д
b^{16}	b^8	b^5	b^4	b^3

Завдання на встановлення відповідності

№10

Установіть відповідність між виразом (1–3) і твердженням про його значення (А–Д), яке є правильним, якщо $a = -2$.

Вираз

- 1 a^2
- 2 $a + |a|$
- 3 $\log_5 5^a$

Твердження про значення виразу

- А більше від 5
- Б належить проміжку $(0; 1)$
- В є від'ємним числом
- Г належить проміжку $[1; 5)$
- Д дорівнює 0

№11

Установіть відповідність між виразом (1–3) та тотожно рівним йому виразом (А–Д), якщо a – довільне додатне число, $a \neq 1$.

Вираз

- 1 $a^4 : a^3$
- 2 $\frac{a^2 - a}{1 - a}$
- 3 $7^{-\log_7 a}$

Тотожно рівний вираз

- А a^2
- Б a^7
- В $\frac{1}{a}$
- Г a
- Д $-a$

№12

Установіть відповідність між виразом (1–3) та тотожно рівним йому виразом (А–Д), якщо a – довільне від'ємне число.

Вираз

- 1 a^0
- 2 $|a| + a$
- 3 $a \log_2 2^a$

Тотожно рівний вираз

- А 0
- Б $2a$
- В a^2
- Г 1
- Д $-2a$

САМОСТІЙНИЙ БЛОК

№13

Установіть відповідність між виразом (1–4) та тотожно рівним йому виразом (А–Д), якщо a – довільне додатне число.

Вираз	Тотожно рівний вираз
1 a^{-1}	А $-a$
2 $\sqrt{(-a)^2}$	Б $\frac{1}{a}$
3 $5 \cdot \frac{1}{5a}$	В a
4 $25^{\log_5 a}$	Г a^2
	Д $25a$

№14

Нехай a довільне додатне число. Установіть відповідність між виразом (1–4) та тотожно рівним йому виразом (А – Д).

Вираз	Тотожно рівний вираз
1 $(3a^3)^2$	А $9a^6$
2 $\sqrt[3]{27a^6}$	Б $9a^3$
3 $\frac{27a^6}{9a^2}$	В $9a^5$
4 $3^{2+\log_3 a^3}$	Г $3a^3$

№15

До кожного початку речення (1–4) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження, якщо $a = -3$.

Початок речення	Закінчення речення
1 Значення виразу a^0	А більше за 1
2 Значення виразу a^2	Б дорівнює 1
3 Значення виразу $\frac{ a }{a}$	В дорівнює 0
4 Значення виразу $\sqrt[3]{a}$	Г дорівнює -1
	Д менше за -1

№16

Нехай m і n – довільні дійсні числа, a – довільне додатне число, $a \neq 1$. До кожного початку речення (1–4) доберіть його закінчення (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення	Закінчення речення
1 Якщо $(a^m)^n = a^4$, то	А $m + n = 4$
2 Якщо $a^m \cdot a^n = a^4$, то	Б $m - n = 4$
3 Якщо $\sqrt[8]{a^m} = \sqrt{a^n}$, то	В $mn = 4$
4 Якщо $\frac{a^n}{a^m} = \frac{1}{a^2}$, то	Г $m = 4n$
	Д $m = 8n$

САМОСТІЙНИЙ БЛОК

№17

Установіть відповідність між числовим виразом (1–4) та проміжком (А–Д) якому належить його значення.

Вираз

1 $\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2}$

2 $8^{\frac{2}{3}}$

3 $\log_{\frac{1}{2}} 10$

4 $\left|\frac{1}{2} - 2\right|$

Проміжок

А $(-\infty; -3)$

Б $[-3; 0)$

В $[0; 1)$

Г $[1; 3)$

Д $[3; +\infty)$

№18

До кожного початку речення (1–4), де $a > 0$, $b > 0$, доберіть його закінчення (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

1 Якщо $\log_2 a = 2 \log_2 b$, то

2 Якщо $a^3 = 8b^3$, то

3 Якщо $\sqrt{a} = 2\sqrt{b}$, то

4 Якщо $2^a = 4 \cdot 2^b$, то

Закінчення речення

А $a = 2b$

Б $a = 2 + b$

В $a = 4b$

Г $a = b^2$

Д $a = 2 + b^2$

№19

До кожного виразу (1–4) при $a > 0$ доберіть тотожно йому рівний (А–Д).

1 $\frac{2a^5}{a^6}$

2 $(2a)^5 \cdot a^6$

3 $(2a^6)^5$

4 $\sqrt[6]{64a^5}$

А $32a^{11}$

Б $2a^{\frac{5}{6}}$

В $2a^{\frac{6}{5}}$

Г $2a^{-1}$

Д $32a^{30}$

Завдання відкритої форми з короткою відповіддю

№20

Обчисліть $\frac{2^{-1,6} \cdot 4^{4,8}}{8^{\frac{2}{3}}}$

САМОСТІЙНИЙ БЛОК

Відповіді

№1 А ; **№2** Д; **№3** А ; **№4** А; **№5** Б; **№6** Б; **№7** А; **№8** Б; **№9** Д;
№10 А,Д,В; **№11** Г,Д,В; **№12** Г,А,В; **№13** Б,В,Д,Г; **№14** Б,А,Г,Д;
№15 Б,А,Д; **№16** В,А,Б,Г ; **№17** В,Д,А,Г; **№18** Г,А,В, Б;
№19 Г,А,Д, Б; **№20** 64 .

