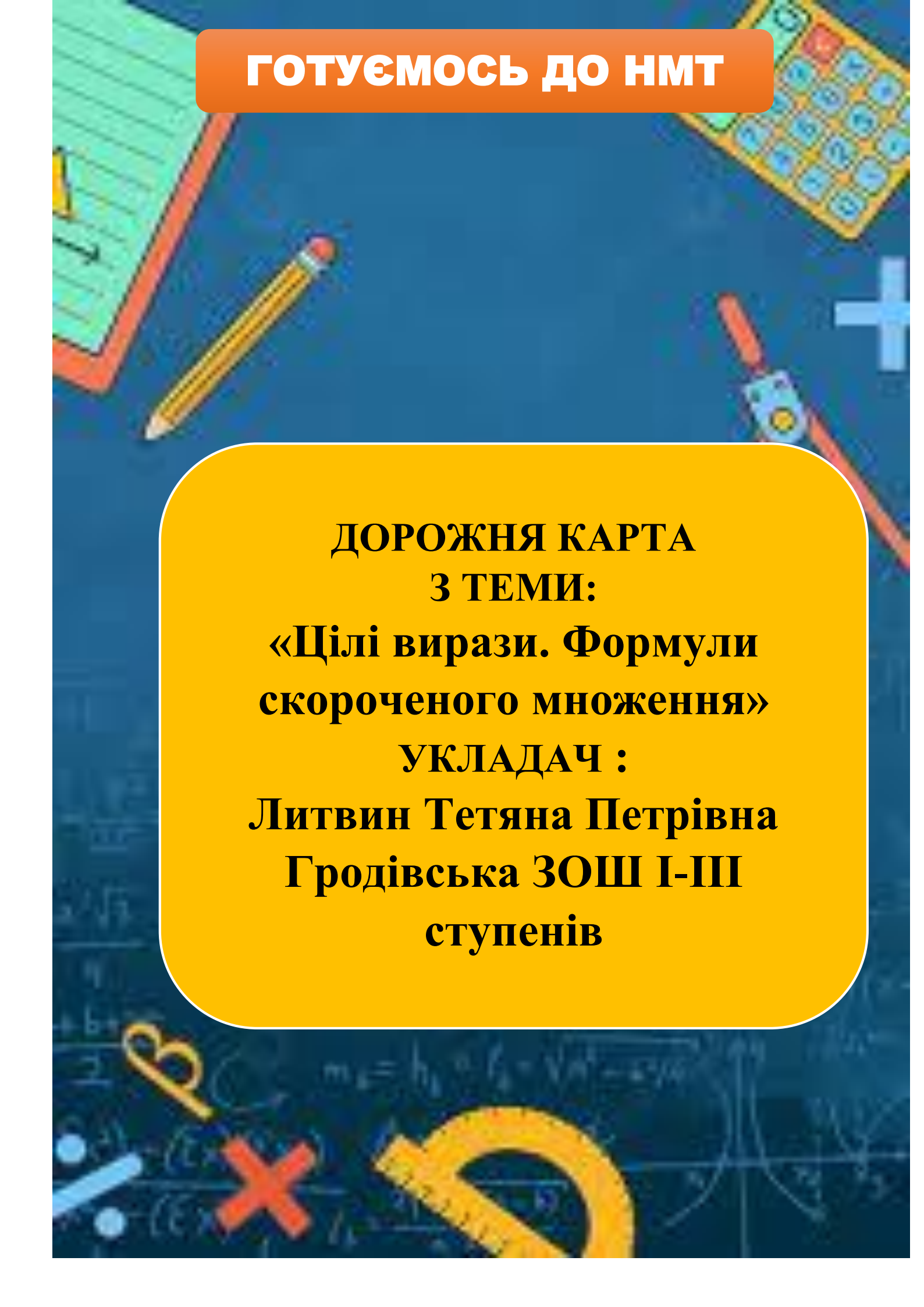




ГОТУЄМОСЬ ДО НМТ

**ДОРОЖНЯ КАРТА
З ТЕМИ:
«Цілі вирази. Формули
скороченого множення»**

**УКЛАДАЧ :
Литвин Тетяна Петрівна
Гродівська ЗОШ І-ІІІ
ступенів**

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Розкласти многочлен на множники можна, застосовуючи послідовно декілька способів.

Зручно застосовувати такий порядок:

- якщо є спільний множник, то винести його за дужки;
- розкласти многочлен на множники за допомогою формул скороченого множення, якщо це можливо;
- спробувати розкласти на множники способом групування.

Розкласти многочлен на множники означає подати його у вигляді добутку одночлена на многочлен або добутку кількох многочленів так, щоб цей добуток був тотожно рівним даному многочлену.

1) Наприклад, $5a - 5b = 5(a - b)$. Цей спосіб називається **винесення спільного множника за дужки**.

Алгоритм пошуку спільного множника:

1. Знайти *найбільший спільний дільник* коефіцієнтів всіх одночленів, які входять до многочлена – він і буде спільним числовим множником (для цілочисельних коефіцієнтів).
2. Знайти *загальну буквену частину* для всіх членів многочлена (вибрати найменший показник степеня).
3. *Добуток коефіцієнта й спільної буквенної частини*, визначені на першому й другому кроках, є спільним множником, який треба винести за дужки.

Розкласти на множники: $5y^4x - 20y^2$.

Розв'язання:

1. Найбільший спільний дільник коефіцієнтів 5 та 20 дорівнює 5.
2. Спільна буквенна частина з найменшим показником степеня — y^2 .
3. Добуток коефіцієнта й загальної буквенної частини, визначені на першому й другому кроках, тобто $5y^2$, є спільним множником, який і виносимо за дужки:

$$5y^4x - 20y^2 = 5y^2(y^2x - 4)$$

2) **Формули скороченого множення**

**Формули скороченого
множення**

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$



THEORY

3) **Розкладання многочлена на множники способом групування**

Розкласти на множники способом групування можна в три етапи:

1. Об'єднати доданки многочлена в групи (зазвичай по два, рідше по три, і т. д.), які містять спільний множник.
2. Винести спільний множник за дужки.
3. Отримані добутки мають спільний множник у вигляді многочлена, який знову винести за дужки.

$$up - bp + ud - bd = (up - bp) + (ud - bd)$$

У першій групі винесемо спільний множник p , а в другій спільний множник d , отримаємо $p(u-b) + d(u-b)$.

Спільним множником є $u-b$. Винесемо його за дужки: $(u-b)(p+d)$.

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Приклад 1. Виконати множення $(2x - y)(4x - 3xy + 2y)$.

Розв'язання. $(2x - y)(4x - 3xy + 2y) = 2x \cdot 4x - 2x \cdot 3xy + 2x \cdot 2y - y \cdot 4x + y \cdot 3xy - y \cdot 2y = 8x^2 - 6x^2y + 4xy - 4xy + 3xy^2 - 2y^2 = 8x^2 - 6x^2y + 3xy^2 - 2y^2$.

Відповідь: $8x^2 - 6x^2y + 3xy^2 - 2y^2$.

Приклад 2. Спростити вираз $(2x - 7)(x - 3) - 2x(x + 4)$.

Розв'язання. $(2x - 7)(x - 3) - 2x(x + 4) = 2x^2 - 6x - 7x + 21 - 2x^2 - 8x = -21x + 21$.

Відповідь: $-21x + 21$.

Приклад 2. Розкласти на множники многочлен

$$2a + 2b - m + am + bm - 2.$$

Розв'язання. 1-й спосіб. Згрупуємо члени многочлена у три групи по два доданки так, щоб доданки в кожній групі мали спільний множник. Матимемо:

$$2a + 2b - m + am + bm - 2 = (2a + am) + (2b + bm) + (-m - 2) = a(2 + m) + b(2 + m) - 1(2 + m) = (2 + m)(a + b - 1).$$

2-й спосіб. Згрупуємо тепер члени многочлена у дві групи по три доданки так, щоб доданки в кожній групі мали спільний множник. Матимемо:

$$2a + 2b - m + am + bm - 2 = (2a + 2b - 2) + (am + bm - m) = 2(a + b - 1) + m(a + b - 1) = (a + b - 1)(2 + m).$$

Відповідь: $(2 + m)(a + b - 1)$.

Приклад 3. Розкласти на множники тричлен $x^2 - 6x + 8$.

Розв'язання. Враховуючи, що $-6x = -2x + (-4x)$, можемо переписати многочлен як суму чотирьох доданків, згрупувати їх і далі розкласти на множники:

$$x^2 - 6x + 8 = x^2 - 2x - 4x + 8 = (x^2 - 2x) + (-4x + 8) = x(x - 2) - 4(x - 2) = (x - 2)(x - 4).$$

Відповідь: $(x - 2)(x - 4)$.

Приклад 1. Виконати множення:

1) $(2t - 3p)(2t + 3p)$;

2) $(4a^2 + b^3)(b^3 - 4a^2)$.

Розв'язання.

1) $(2t - 3p)(2t + 3p) = (2t)^2 - (3p)^2 = 4t^2 - 9p^2$ або скорочено:

$(2t - 3p)(2t + 3p) = 4t^2 - 9p^2$.

2) $(4a^2 + b^3)(b^3 - 4a^2) = (b^3 + 4a^2)(b^3 - 4a^2) = (b^3)^2 - (4a^2)^2 = b^6 - 16a^4$.

Відповідь: 1) $4t^2 - 9p^2$; 2) $b^6 - 16a^4$.

Приклад 2. Розкласти многочлен $27a^3 - m^6$ на множники.

Розв'язання. Оскільки $27a^3 = (3a)^3$ і $m^6 = (m^2)^3$, то цей многочлен можна перетворити на різницю кубів:

$$27a^3 - m^6 = (3a)^3 - (m^2)^3.$$

Далі застосуємо формулу різниці кубів:

$$(3a)^3 - (m^2)^3 = (3a - m^2)((3a)^2 + 3am^2 + (m^2)^2) = (3a - m^2) \times (9a^2 + 3am^2 + m^4).$$

Відповідь: $(3a - m^2)(9a^2 + 3am^2 + m^4)$.

Приклад 3. Подати вираз $(p - 2)^3 - 1$ у вигляді добутку.

Розв'язання. $(p - 2)^3 - 1 = (p - 2)^3 - 1^3 = (p - 2 - 1)((p - 2)^2 + (p - 2) \cdot 1 + 1^2) = (p - 3)(p^2 - 4p + 4 + p - 2 + 1) = (p - 3) \times (p^2 - 3p + 3)$.

Відповідь: $(p - 3)(p^2 - 3p + 3)$.

Приклад 1. Розкласти вираз на множники:

1) $8t + 4$; 2) $at + 7ap$; 3) $15a^3b - 10a^2b^2$.

Розв'язання. 1) Спільним множником є число 4, тому

$$8t + 4 = 4 \cdot 2t + 4 \cdot 1 = 4(2t + 1).$$

2) Спільним множником є змінна a , тому $at + 7ap = a(t + 7p)$.

3) У цьому разі спільним числовим множником є найбільший спільний дільник чисел 10 і 15 – число 5, а спільним буквеним множником є одночлен a^2b . Отже,

$$15a^3b - 10a^2b^2 = 5a^2b \cdot 3a - 5a^2b \cdot 2b = 5a^2b(3a - 2b).$$

Відповідь: 1) $4(2t + 1)$; 2) $a(t + 7p)$; 3) $5a^2b(3a - 2b)$.

Приклад 3. Перетворити на многочлен:

1) $(-x - 6m)^2$; 2) $(-2p^2 + 9q)^2$.

Розв'язання. 1) $(-x - 6m)^2 = (x + 6m)^2 = x^2 + 12xm + 36m^2$;

2) $(-2p^2 + 9q)^2 = (2p^2 - 9q)^2 = 4p^4 - 36p^2q + 81q^2$.

Відповідь: 1) $x^2 + 12xm + 36m^2$; 2) $4p^4 - 36p^2q + 81q^2$.

Приклад 4. Спростити вираз $(-5m^3 - 2n^2)^2 + (2m^3 - 5n^2)^2$.

Розв'язання. $(-5m^3 - 2n^2)^2 + (2m^3 - 5n^2)^2 = (5m^3 + 2n^2)^2 + (2m^3 - 5n^2)^2 = 25m^6 + 20m^3n^2 + 4n^4 + 4m^6 - 20m^3n^2 + 25n^4 = 29m^6 + 29n^4$.

Відповідь: $29m^6 + 29n^4$.

Приклад 1. Розкласти на множники:

1) $16 - x^2$; 2) $49m^4 - 64p^6$.

Розв'язання. 1) Оскільки $16 = 4^2$, то за формулою різниці квадратів: $16 - x^2 = 4^2 - x^2 = (4 - x)(4 + x)$.

2) Оскільки $49m^4 = (7m^2)^2$, а $64p^6 = (8p^3)^2$, маємо:

$$49m^4 - 64p^6 = (7m^2)^2 - (8p^3)^2 = (7m^2 - 8p^3)(7m^2 + 8p^3).$$

Відповідь: 1) $(4 - x)(4 + x)$; 2) $(7m^2 - 8p^3)(7m^2 + 8p^3)$.

Приклад 2. Розкласти на множники $25x^2 - (1 - 2x)^2$.

Розв'язання. $25x^2 - (1 - 2x)^2 = (5x)^2 - (1 - 2x)^2 = (5x - (1 - 2x)) \times (5x + (1 - 2x)) = (5x - 1 + 2x)(5x + 1 - 2x) = (7x - 1)(3x + 1)$.

Відповідь: $(7x - 1)(3x + 1)$.

ВІДЕО БЛОК



**Скористайтесь
порадами з
відео розбору
завдань!**



ТРЕНУВАЛЬНИЙ БЛОК

**Запрошуємо вас
скористатися онлайн-
тренажерами для
ефективної підготовки до
НМТ з математики —
тренуйтеся, перевіряйте
знання та впевнено йдіть
до мети!**



САМОСТІЙНИЙ БЛОК

Тема. *Формули скороченого множення*

1.° Подайте у вигляді многочлена вираз:

- | | |
|------------------|-----------------------|
| 1) $(a+7)^2$; | 3) $(m-6)(m+6)$; |
| 2) $(3x-4y)^2$; | 4) $(5a+8b)(8b-5a)$. |

2.° Розкладіть на множники:

- | | |
|-----------------------|---------------------------|
| 1) $a^2 - 9$; | 3) $25x^2 - 16$; |
| 2) $b^2 + 10b + 25$; | 4) $9x^2 - 12xy + 4y^2$. |

3.° Спростіть вираз $(x-1)^2 - (x+3)(x-3)$.

4.° Розв'яжіть рівняння:

$$(2y-3)(3y+1) + 2(y-5)(y+5) = 2(1-2y)^2 + 6y.$$

5.° Подайте у вигляді добутку вираз $(6a-7)^2 - (4a-3)^2$.

6.° Спростіть вираз $(a+1)(a-1)(a^2+1) - (9+a^2)^2$ і знайдіть його значення при $a = \frac{1}{3}$.

7.** Доведіть, що вираз $x^2 - 4x + 5$ набуває додатних значень при всіх значеннях x .

1) Подайте вираз у вигляді добутку многочленів:

- | |
|--|
| 1) $ab + ac + ad + bx + cx + dx$; |
| 2) $7p - 7k - px + kx + k - p$; |
| 3) $x^3y^3 - x^2y^2 + xy - 6 + 6xy - 6x^2y^2$; |
| 4) $a^5 - a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 + ab^4 - b^5$. |

2) Розкладіть на множники вираз (n — натуральне число):

- | | |
|----------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $a^{n+1} + a^n + a + 1$; | 3) $3y^{n+3} - 3y^2 - 5 + 5y^{n+1}$ |
| 2) $b^{n+2} - b - 1 + b^{n+1}$; | |

3) Розкладіть на множники (n — натуральне число):

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $x^{n+2} + x^n - x^2 - 1$; | 2) $4y^{n+4} + y^{n+2} + 4y^3 + y$. |
|--------------------------------|--------------------------------------|

4) Розкладіть на множники тричлен, подавши попередньо один із його членів у вигляді суми подібних доданків:

- | | | |
|----------------------|---------------------|----------------------|
| 1) $x^2 + 8x + 12$; | 3) $x^2 + 7x - 8$; | 5) $2x^2 - x - 1$; |
| 2) $x^2 - 5x + 4$; | 4) $x^2 - 4x - 5$; | 6) $3x^2 + 4x + 1$. |

5) Розкладіть на множники тричлен:

- | | | |
|-----------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $x^2 + 4x + 3$; | 3) $x^2 + 3x - 18$; | 5) $5y^2 - 6y + 1$; |
| 2) $x^2 - 10x + 16$; | 4) $x^2 - 4x - 32$; | 6) $6z^2 - 5z + 1$. |

6) Доведіть, що при всіх натуральних значеннях n значення виразу $n^3 + 3n^2 + 2n$ ділиться націло на 6.

7) Доведіть, що при будь-якому натуральному значенні n , яке більше за 1, значення виразу $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ ділиться націло на 10.

8) Цілі числа a, b і c є такими, що $ab + bc + ac = 1$. Доведіть, що значення виразу $(a^2 + 1)(b^2 + 1)(c^2 + 1)$ є квадратом цілого числа.

9) Цілі числа a, b і c є такими, що $a + b + c = 1$. Доведіть, що значення виразу $(a + bc)(b + ac)(c + ab)$ є квадратом цілого числа.

ПОРАДНИК