

ГОТУЄМОСЬ ДО НМТ

ДОРОЖНЯ КАРТА
З ТЕМИ:
«Задачі з параметром.»

Укладач: Третьяк Тетяна Василівна

**Комунальний заклад Новоселівський Перший НВК Очеретинської
селищної військово-цивільної адміністрації Покровського району
Донецької област**

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Параметри.

Рівнянням з параметрами називаємо рівняння виду

$$f(x; a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) = 0,$$

де x – шукане невідоме, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ – змінні параметри.

Щоб розв'язати рівняння $f(x; a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) = 0$ з невідомим x і параметрами $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ потрібно:

1) визначити область допустимих систем значень параметрів $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$;

2) розв'язати рівняння відносно x і подати невідоме x у вигляді функції $x = \varphi(a_1, a_2, \dots, a_n)$ від параметрів

3) з'ясувати, при яких допустимих системах значень параметрів значення функції $x = \varphi(a_1, a_2, \dots, a_n)$ є розв'язками даного рівняння

4) розглянути рівняння при таких допустимих системах значень параметрів, при яких його не можна розв'язати відносно x ; з'ясувати, чи має рівняння при цих значеннях параметрів розв'язки, і якщо має, то які.

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Лінійні рівняння з параметрами

Рівняння виду $ax+b=0$, де a і b – вирази, що залежать тільки від параметрів, x – змінна, називається *лінійним рівнянням відносно x з параметрами*.

Будь-яке лінійне рівняння з параметром, якщо перенести всі доданки, які містять x , в ліву частину рівняння, а доданки, які не містять x – в праву, зводиться до рівняння виду $kx=c$

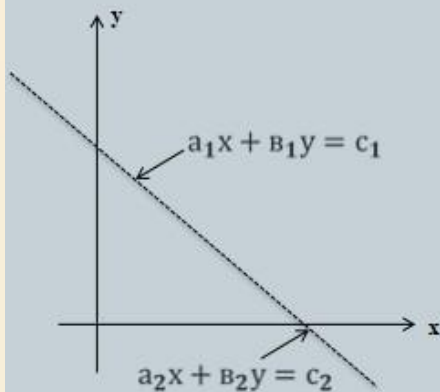
$$kx=c \leftrightarrow \begin{cases} k=0 \\ 0x=c \end{cases} (1) \leftrightarrow \begin{cases} k=0 \\ c=0 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} (3)$$
$$\begin{cases} k \neq 0 \\ x = \frac{c}{k} \end{cases} (2) \leftrightarrow \begin{cases} k=0 \\ c \neq 0 \\ x \in \emptyset \end{cases} (4)$$
$$\begin{cases} k \neq 0 \\ x = \frac{c}{k} \end{cases} (5)$$

Зверніть увагу, що умова (1) “розпалась” на дві: (3) і (4), а умова (2) – ні!

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Система двох лінійних рівнянь з двома невідомими

Система має безліч розв'язків, якщо



$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

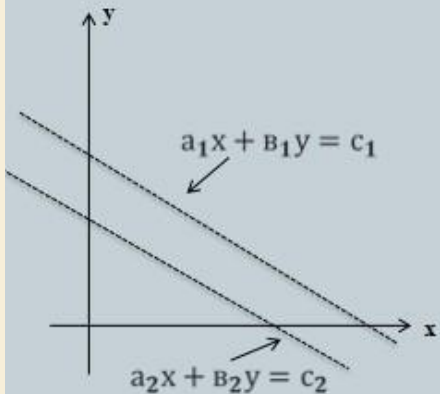
Наприклад:

$$\begin{cases} 4x + 2y = 2 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

Система рівнянь має безліч

розв'язків, бо $\frac{4}{2} = \frac{2}{1} = \frac{2}{1} = 2$

Система не має розв'язків, якщо



$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

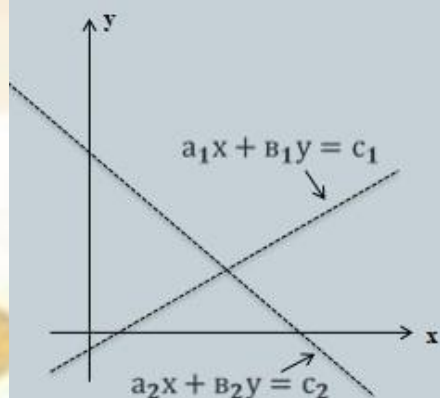
Наприклад:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 6x + 6y = 12 \end{cases}$$

Система рівнянь не має розв'язків, бо

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{6} \neq \frac{1}{12}$$

Система має єдиний розв'язок, якщо



$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

Наприклад:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

Система рівнянь має єдиний

розв'язків, бо $\frac{1}{2} \neq \frac{1}{1}$

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

За якого значення параметра a рівняння має безліч коренів?

$$(a^2 - 9)x = a^2 + 6a + 9$$

$0x=0$ має безліч коренів

$$\begin{cases} a^2 - 9 = 0 \\ a^2 + 6a + 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a - 3)(a + 3) = 0 \\ (a + 3)^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = 3; a_2 = -3 \\ a_3 = -3 \end{cases} \Rightarrow \text{Відповідь } a = -3$$

Знайдіть значення параметра a , за яких рівняння не має розв'язків.

$$(16a^2 - 9)x = 4a + 3$$

$0x=b$, де $b \neq 0$ рівняння не має розв'язків

$$\begin{cases} 16a^2 - 9 = 0 \\ 4a + 3 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (4a - 3)(4a + 3) = 0 \\ 4a + 3 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (4a - 3)(4a + 3) = 0 \\ a \neq -\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$4a - 3 = 0, \text{ або } 4a + 3 = 0$$

$$a_1 = \frac{3}{4}; a_2 = -\frac{3}{4} \Rightarrow \text{Відповідь: } a = 0,75$$

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Знайдіть значення параметра a за якого рівняння має один корінь.

$$x^2 + (3 - a)x - 3a = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (3 - a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3a) = 9 - 6a + a^2 + 12a = \\ = 9 + 6a + a^2 = (3 + a)^2$$

$$(3 + a)^2 = 0$$

$$3 + a = 0$$

$$a = -3$$

Відповідь: $a = -3$

При якому значенні a система рівнянь не має розв'язків $\begin{cases} ax - 3y = 4, \\ 2x + 5y = 6. \end{cases}$

$$\begin{cases} ax - 3y = 4 \\ 2x + 5y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 5y = 6 \\ 2x + 5y = 6 \end{cases}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{-3}{5} \neq \frac{4}{6}$$

$$5a = -6$$

$$a = -1,2$$

Відповідь: $a = -1,2$

ВІДЕО БЛОК

Лінійні рівняння з
параметрами



**Скористайтесь
порадами з
відео розбору
завдань!**

Квадратні рівняння з
параметрами



Системи лінійних рівнянь з
параметрами



ТРЕНУВАЛЬНИЙ БЛОК

**Запрошуємо вас скористатися
онлайн-тренажерами для
ефективної підготовки до НМТ
з математики — тренуйтеся,
перевіряйте знання та
впевнено йдіть до мети!**



САМОСТІЙНИЙ БЛОК

Знайдіть суму всіх цілих значень параметра a , за яких усі корені рівняння $4^x - 15 \cdot 2^x - 4a^2 + 30a = 0$ є додатними.

1

2

За якого найбільшого цілого значення a обидва корені квадратного рівняння більші за 1?

$$x^2 + (2a - 15)x + 26 - 4a = 0$$

Визначте **додатне** значення m , за якого один із коренів рівняння $x^2 - (2m - 4)x + 16 = 0$ на 6 більший від іншого.

3

4

Визначте кількість цілих значень a , за яких корені x_1 та x_2 квадратного рівняння $x^2 - 4ax + 4a^2 - 25 = 0$ задовольняють умову $x_1 < 1 < x_2$.

САМОСТІЙНИЙ БЛОК

Знайдіть усі значення a , за яких рівняння $\frac{x^2 - ax + 4}{x - 5} = 0$ має лише один корінь. Якщо таких значень кілька, то запишіть у відповіді їхній **добуток**.

5

6

Визначте **суму** всіх цілих значень a , за кожного з яких рівняння $\lg(2ax + 5 - a) = \lg(4x)$ не має коренів.

Визначте **найменше** значення a , за якого має корені рівняння $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 2a^2 + 5a - 6$.

7

8

Визначте **найменше** ціле значення a за якого один із коренів рівняння $\log_2^2 x - (a - 1) \log_2 x - a = 0$ належить проміжку $(30; 100)$.

ВІДПОВІДІ ДО САМОСТІЙНОГО БЛОКУ

1) 21

2) 5

3) 7

4) 4

5) -92,8

6) 14

7) -3,5

8) 5

ПОРАДНИК

1. Уважно прочитай умову

- Виділи, яка саме змінна є параметром (зазвичай позначається як a , m , p , тощо).
- Визнач, яка змінна основна, тобто залежна від параметра.

2. Розглянь ОДЗ

- Завжди починай з область допустимих значень.
- Пам'ятай: ОДЗ може залежати від параметра!

3. Розв'язуй як звичайне рівняння

- Пробуй розв'язати рівняння або нерівність для фіксованого параметра, як для конкретного числа.
- Це допомагає зрозуміти поведінку задачі.

4. Зроби повний аналіз по параметру

- Виведи залежність коренів/рішень від параметра.
- Часто зручно побудувати графік (наприклад, параболи залежно від a).

5. Поділ на випадки

- Поділи ситуацію на окремі випадки, наприклад:
 - дискримінант більше/менше/дорівнює нулю;
 - вираз у знаменнику не дорівнює нулю;
 - корені належать певному проміжку.

6. Використовуй допоміжні побудови

- Іноді допомагає графічне представлення: побудова функцій, що залежать від параметра.

7. Запиши відповідь

- Чітко сформулюй, при яких значеннях параметра задача має:
 - один розв'язок,
 - декілька розв'язків,
 - не має розв'язків.