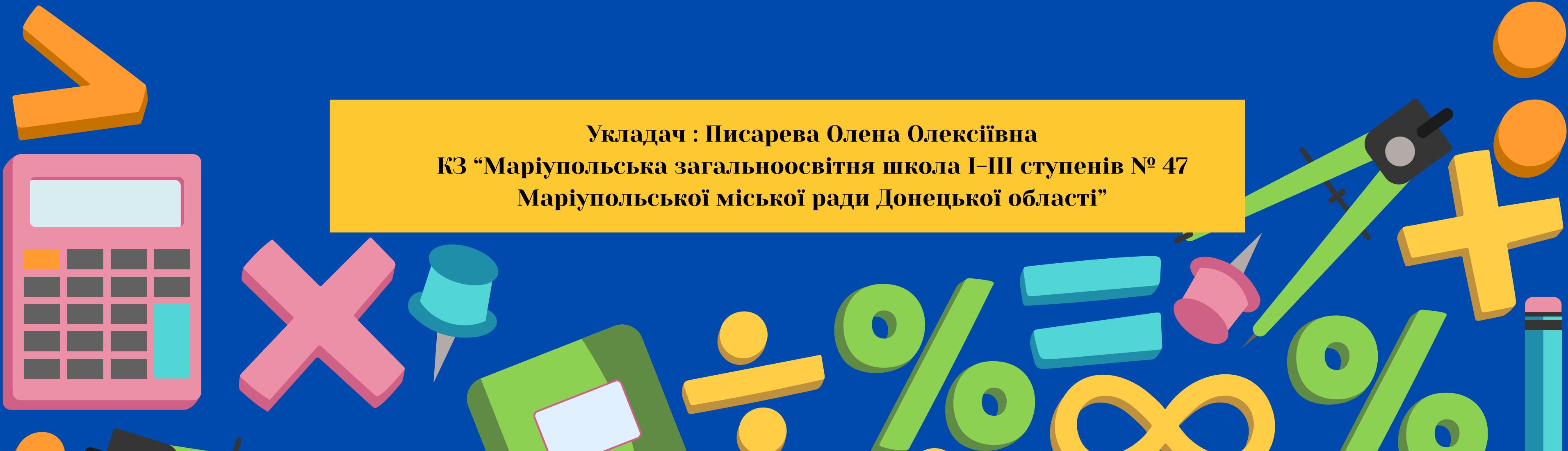


Готуємось до НМТ

**Дорожня карта
з теми:
“Логарифмічні рівняння та нерівності”**

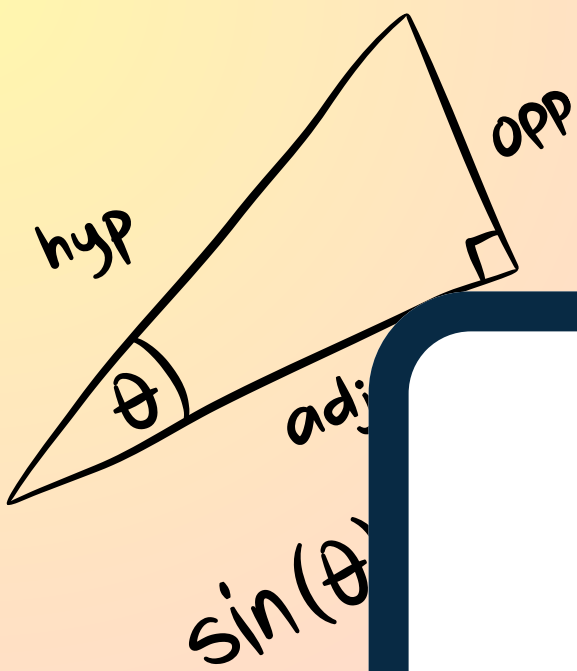
**Укладач : Писарева Олена Олексіївна
КЗ “Маріупольська загальноосвітня школа І–ІІІ ступенів № 47
Маріупольської міської ради Донецької області”**



Теоретичний блок

Логарифмічні рівняння. Означення.

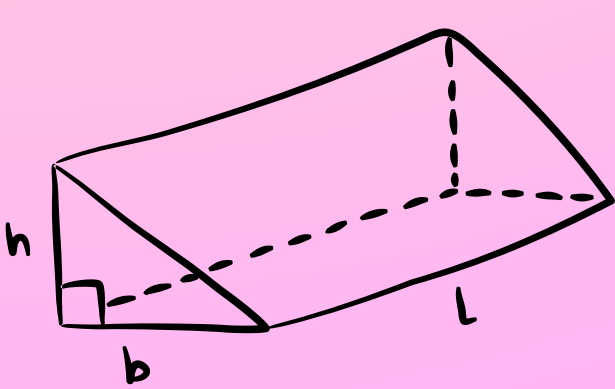
Рівняння виду $\log_a x = b$, де $a > 0$, $a \neq 1$, називають найпростішим логарифмічним рівнянням. Це рівняння можна розв'язати, використовуючи означення логарифма.



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = mx + b$$

$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$



$$V = \frac{1}{2} b h l$$

Розв'язати рівняння:

1) $\log_2 x = -3$;

2) $\log_5(x - 1) = 2$;

3) $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2) = 0$.

Розв'язання.

1) $\log_2 x = -3$;

$$x = 2^{-3};$$

$$x = \frac{1}{8}.$$

Відповідь. $\frac{1}{8}$.

2) $\log_5(x - 1) = 2$;

$$x - 1 = 5^2;$$

$$x - 1 = 25;$$

$$x = 26.$$

Відповідь. 26.

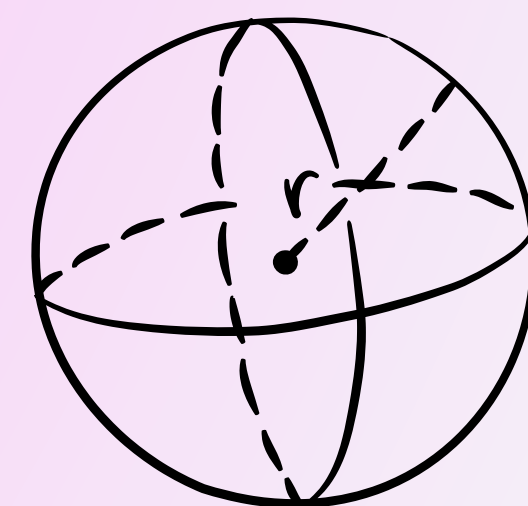
3) $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x) = 0$;

$$x^2 - 2x = \left(\frac{1}{3}\right)^0;$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0;$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}.$$

Відповідь. $1 \pm \sqrt{2}$.



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Теоретичний блок

Методи розв'язування

рівняння $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ рівносильне кожній із систем

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} f(x) = g(x) \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

Розв'язати рівняння $\log_2(x^2 + 2x - 7) = \log_2(x - 1)$.

Розв'язання. Рівняння рівносильне системі:

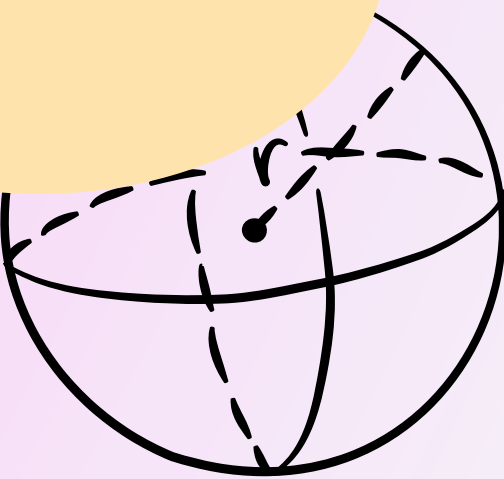
$$\begin{cases} x^2 + 2x - 7 = x - 1, \\ x - 1 > 0; \end{cases} \quad \text{тобто} \quad \begin{cases} x^2 + x - 6 = 0, \\ x > 1. \end{cases}$$

Розв'язавши рівняння $x^2 + x - 6 = 0$, матимемо: $x_1 = 2$; $x_2 = -3$.
Перший корінь задовольняє умову $x > 1$, а другий – ні. Отже, число 2 – єдиний корінь рівняння.

Відповідь. 2.

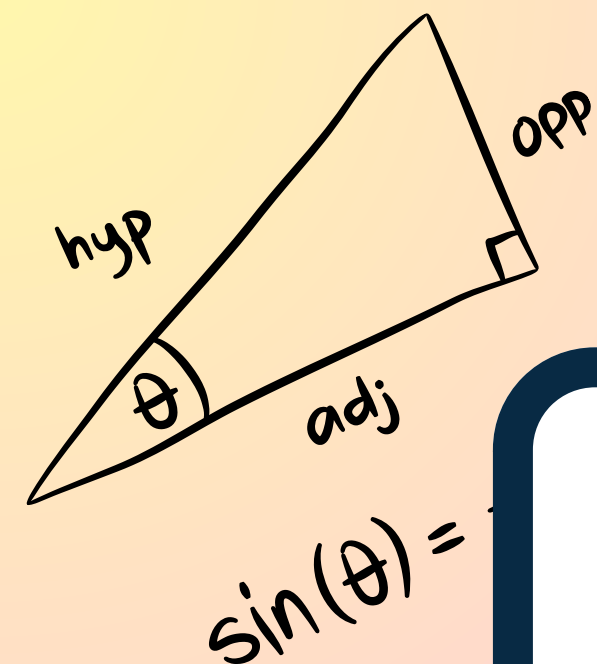
ОДЗ чи перевірка

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

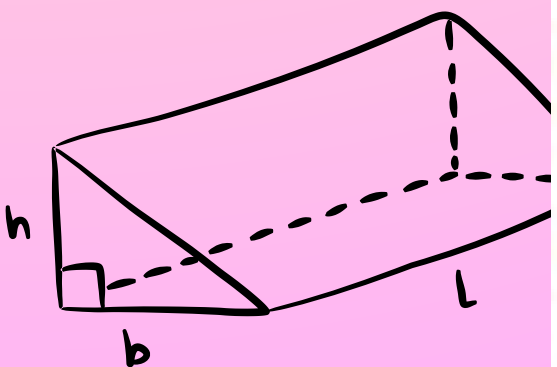


$$y = mx + b$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$



$$V = \frac{1}{2} b h l$$

$$a = \frac{b}{l}$$

$$ax + b = c$$

Теоретичний блок

Методи розв'язування

Зведення рівнянь до найпростіших за допомогою властивостей логарифмів

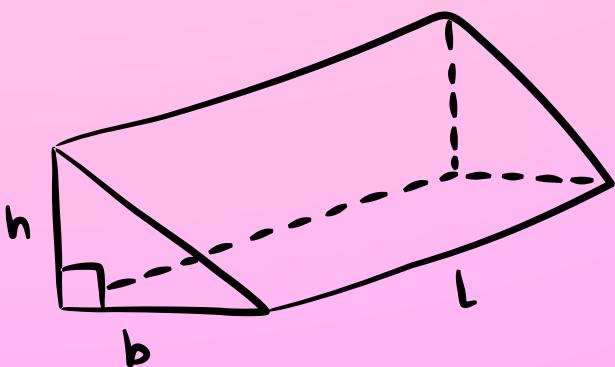
Розв'язати рівняння $\log_5(x - 3) + \log_5(x + 1) = 1$.

Розв'язання. 1) ОДЗ змінної в рівнянні знайдемо із системи нерівностей $\begin{cases} x - 3 > 0, \\ x + 1 > 0. \end{cases}$ Маємо ОДЗ: $x > 3$.

2) Використовуючи властивість $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$, перепишемо рівняння у вигляді $\log_5((x - 3)(x + 1)) = 1$.

3) На ОДЗ отримане рівняння рівносильне рівнянню $(x - 3)(x + 1) = 5^1$, спростивши яке, отримаємо квадратне рівняння: $x^2 - 2x - 8 = 0$ та його корені: $x_1 = -2$; $x_2 = 4$. Очевидно, що з них тільки число 4 належить ОДЗ. Відповідь. 4.

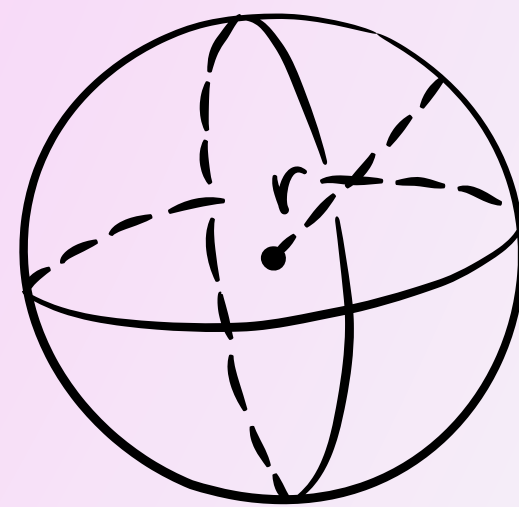
$$a = \frac{V_f - V_i}{+}$$



$$V = \frac{1}{2} b h l$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$y = mx + b$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Практичний блок

Методи розв'язування

Зведення до квадратного рівняння. Заміна змінної

Розв'язати рівняння $\log_4^2(x - 1) + \log_4(x - 1) - 2 = 0$.

Розв'язання. Нехай $\log_4(x - 1) = t$, маємо рівняння:

$$t^2 + t - 2 = 0, \text{ корені якого } t_1 = 1 \text{ і } t_2 = -2.$$

Повертаємося до заміни:

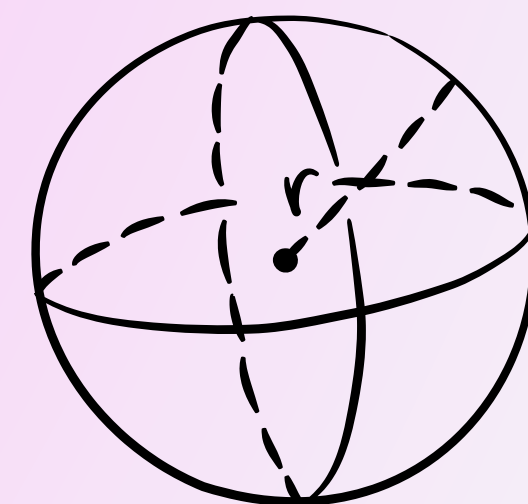
1) $t = 1$, тоді $\log_4(x - 1) = 1$, тобто $x - 1 = 4^1$, отже, $x = 5$;

2) $t = -2$, тоді $\log_4(x - 1) = -2$, тобто $x - 1 = 4^{-2}$, отже, $x = 1\frac{1}{16}$.

Відповідь. $5; 1\frac{1}{16}$.

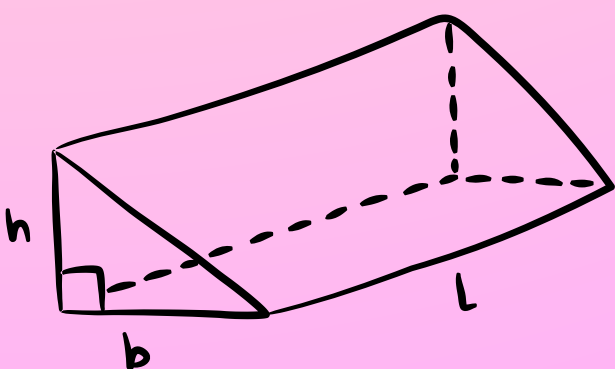
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = mx + b$$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$



$$V = \frac{1}{2} b h l$$

$$a \cdot \frac{1}{b} = 1$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Теоретичний блок

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Логарифмічні нерівності. Означення.

Аналогічно рівнянню *нерівність* називають *логарифмічною*, якщо її змінна входить лише під знак логарифма.
Приклади логарифмічних нерівностей:
 $\log_5 x > -1$, $\log_3(x + 1) + \log_3 x > 2$ тощо.

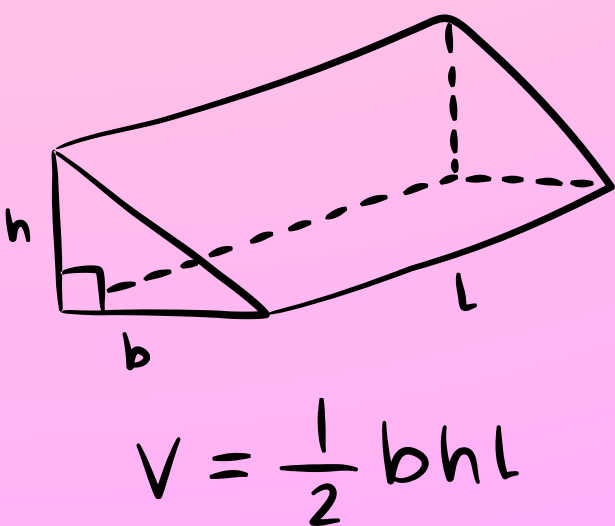
$$y = mx + b$$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

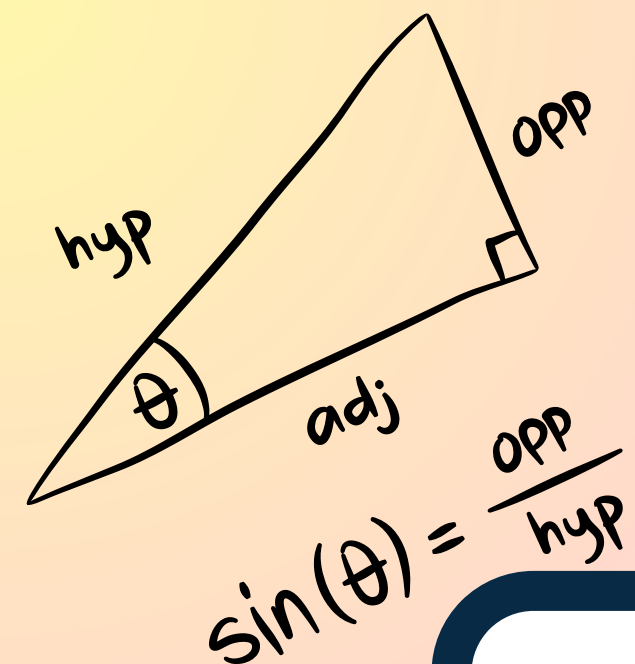
$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

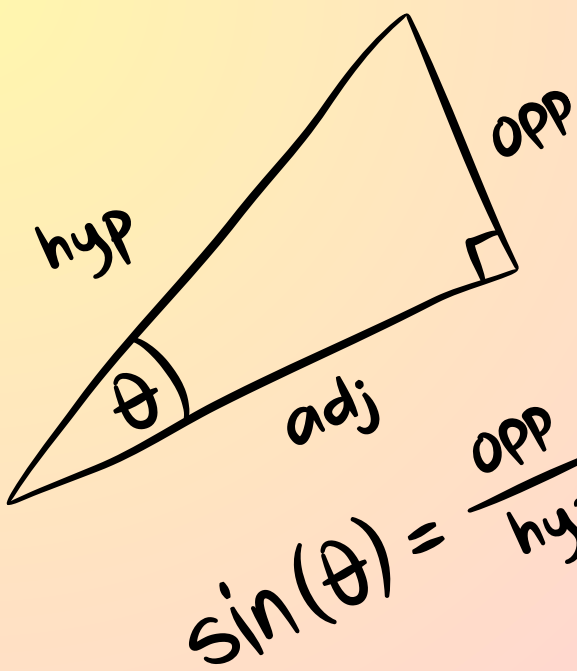


$$V = \frac{1}{2} bhl$$

$$a = \frac{V_f}{\dots}$$



$$V = \pi r^2 h$$



Теоретичний блок

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Методи розв'язування Найпростіші логарифмічні нерівності

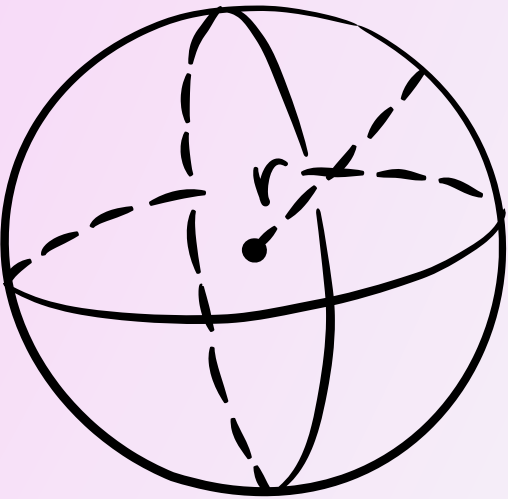
$$y = mx + b$$

$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$

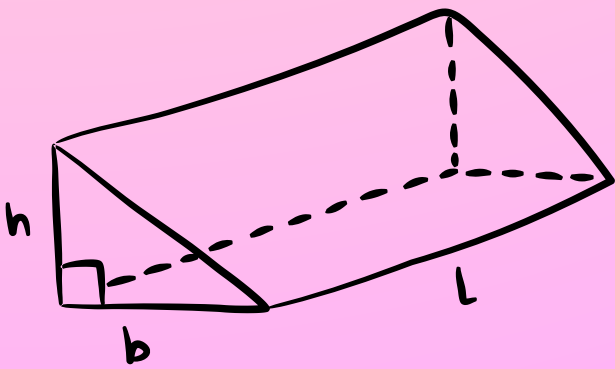
$\log_a x > b,$
 $\log_a x \geq b,$

$\log_a x < b,$
 $\log_a x \leq b,$

де $a > 0, a \neq 1, b$ – число.



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



$$V = \frac{1}{2} b h l$$

$\log_a x > \log_a b$
 $\log_a x \geq \log_a b$

$\log_a x < \log_a b$
 $\log_a x \leq \log_a b$

$$a + \frac{1}{b} = 1$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Теоретичний блок

Методи розв'язування

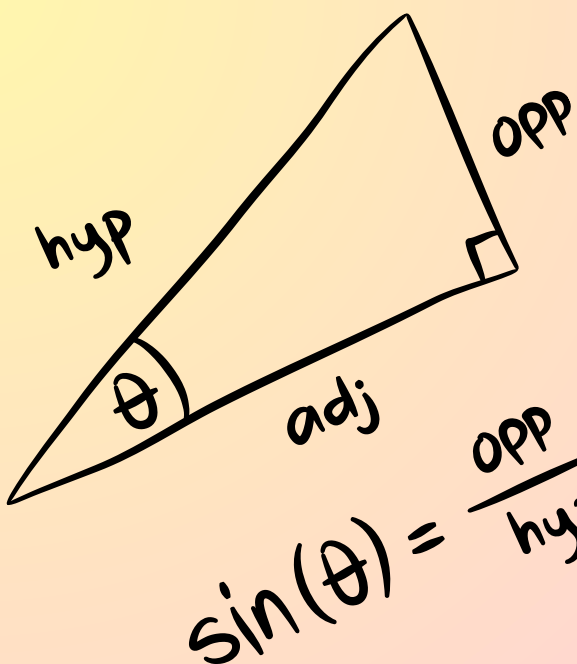
Найпростіші логарифмічні нерівності

Якщо $a > 1$, то нерівність $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ рівносильна системі

$$\begin{cases} f(x) > g(x), \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

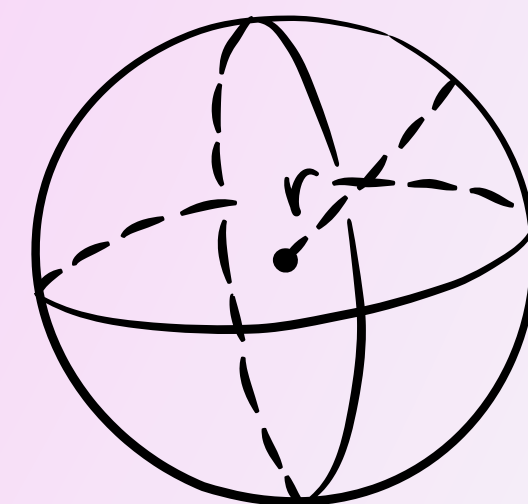
Якщо $0 < a < 1$, то нерівність $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ рівносильна системі

$$\begin{cases} f(x) < g(x), \\ f(x) > 0. \end{cases}$$



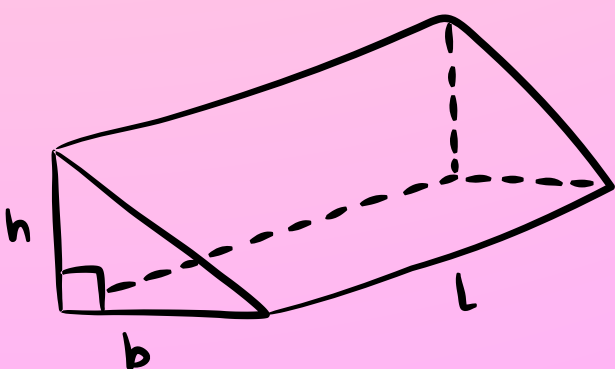
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = mx + b$$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

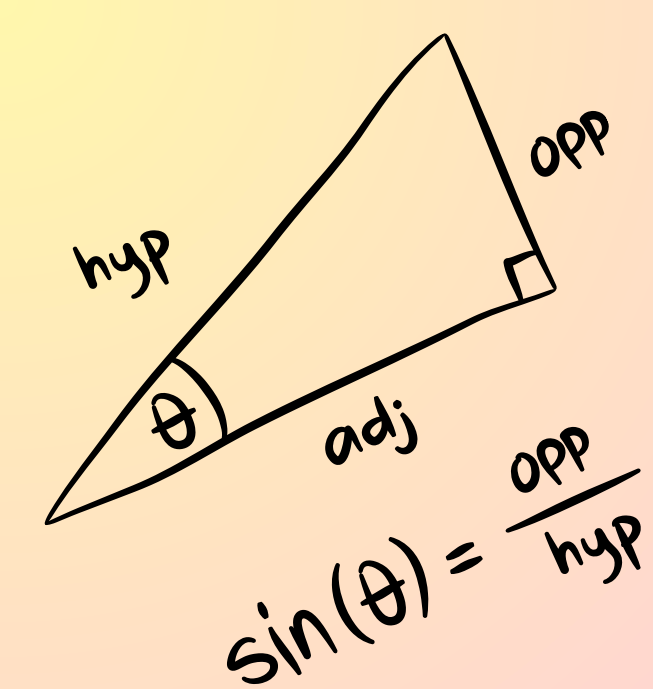
$$a = \frac{V_f - V_i}{+}$$



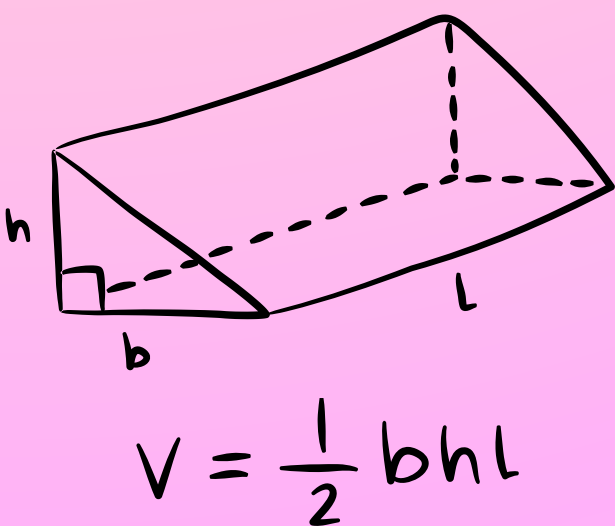
$$V = \frac{1}{2} b h l$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$



$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$



Практичний блок

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 4) < \log_{\frac{1}{2}}(x - 2)$.

Розв'язання. Дана нерівність рівносильна системі $\begin{cases} 3x - 4 > x - 2, \\ x - 2 > 0. \end{cases}$

Звідси $\begin{cases} x > 1, \\ x > 2; \end{cases} x > 2.$

Відповідь: $(2; +\infty)$.

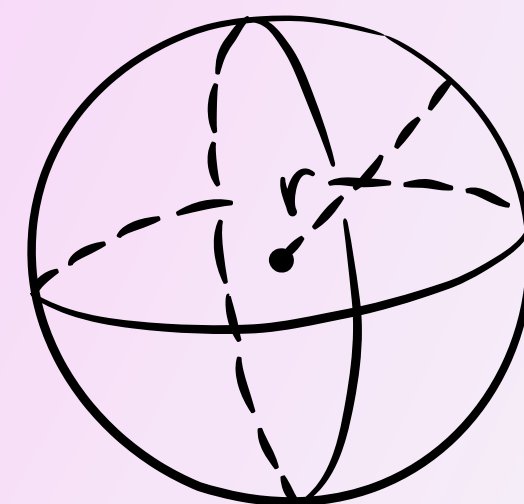
$$y = mx + b$$

Розв'яжіть нерівність $\log_{0,3} x \geq 1$.

Розв'язання. Маємо: $\log_{0,3} x \geq \log_{0,3} 0,3$.

Ця нерівність рівносильна системі $\begin{cases} x \leq 0,3, \\ x > 0. \end{cases}$

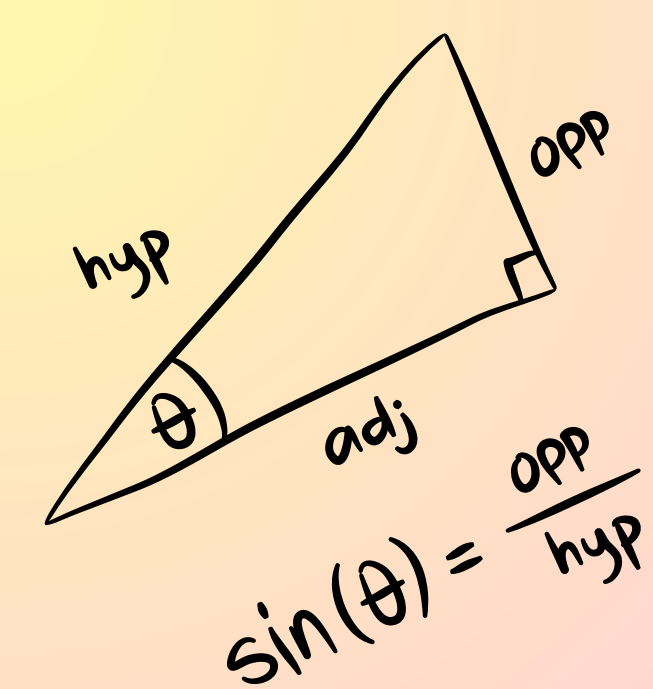
Відповідь: $(0; 0,3]$.



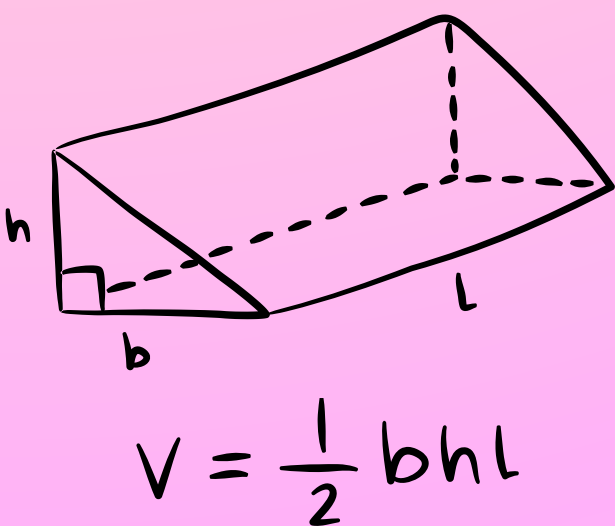
$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$



$$a = \frac{V_f - V_i}{t}$$



$$\frac{x}{a} +$$

Практичний блок

Методи розв'язування Більш складні нерівності

Розв'язати нерівність $\log_{\frac{1}{3}} x - 2\log_{\frac{1}{3}} x - 3 \geq 0$.

Розв'язання. Нехай $\log_{\frac{1}{3}} x = t$.

Маємо нерівність: $t^2 - 2t - 3 \geq 0$, звідси $t \leq -1$ або $t \geq 3$ (розв'яжіть нерівність самостійно).

Повертаємося до заміни:

1) $t \leq -1$, тоді $\log_{\frac{1}{3}} x \leq -1$, тобто $x \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$, отже, $x \geq 3$;

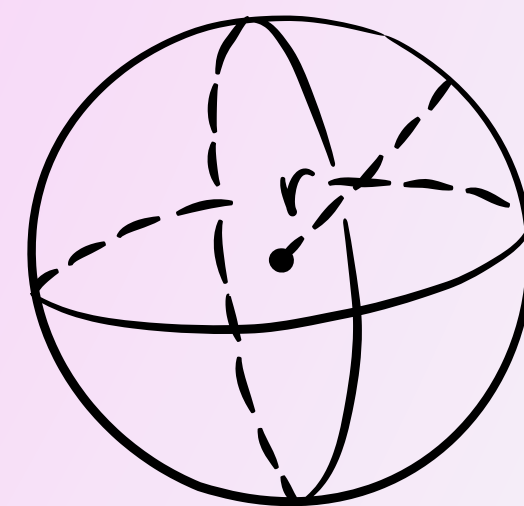
2) $t \geq 3$, тоді $\log_{\frac{1}{3}} x \geq 3$, тобто $0 < x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^3$, отже, $0 < x \leq \frac{1}{27}$.

Остаточно отримуємо, що $0 < x \leq \frac{1}{27}$ або $x \geq 3$.

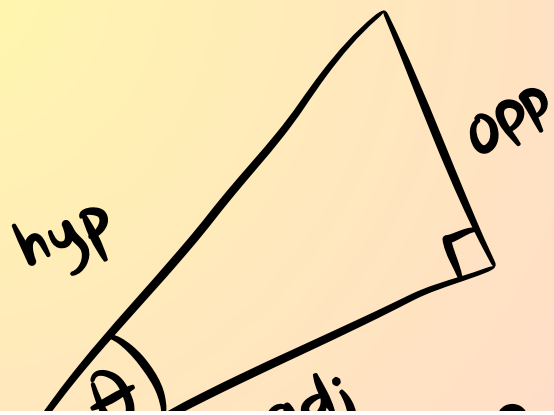
Відповідь. $\left(0; \frac{1}{27}\right] \cup [3; +\infty)$.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = mx + b$$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



Практичний блок

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Розв'язати рівняння: $\lg(x+1) + \lg(x+4) = 1$.

Розв'язок.

За властивістю логарифма перетворимо ліву частину

ОДЗ

$$\lg(x+1)(x+4) = 1 \quad \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+4 > 0 \end{cases}$$

$$\lg(x+1)(x+4) = \lg 10$$

$$(x+1)(x+4) = 10 \quad \begin{cases} x > -1 \\ x > -4 \end{cases}$$

$$x^2 + 5x + 4 = 10 \quad x \in (-1; +\infty)$$

$$x^2 + 5x + 4 - 10 = 0$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

За теоремою Вієта

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 \cdot x_2 = -6 \end{cases} \Rightarrow x_1 = -6, x_2 = 1$$

$x = -6$ не є коренем цього рівняння, бо не належить ОДЗ.

Відповідь: $x = 1$

Розв'язати рівняння: $\log_5(x+1) = \log_5(2x-3)$

Розв'язок.

Знаходимо ОДЗ:

$$\begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x-3 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -1 \\ 2x > 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -1 \\ x > 1,5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in (1,5; +\infty)$$

Розв'язуємо рівняння

$$x+1 = 2x-3$$

$$x-2x = -3-1$$

$$-x = -4$$

$$x = 4 \text{ належить інтервалу } x \in (1,5; +\infty).$$

отже, є коренем вихідного логарифмічного рівняння.

Відповідь: $x = 4$

Розв'язати рівняння: $\log_2^2(x+4) = 2\log_2(x+4) + 3$

Розв'язок:

$$\log_2^2(x+4) = 2\log_2(x+4) + 3$$

$$\log_2(x+4) = t$$

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 2 \\ t_1 \cdot t_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = -1 \\ t = 3 \end{cases}$$

$$\log_2(x+4) = -1 \quad \log_2(x+4) = 3$$

$$2^{-1} = x+4$$

$$2^3 = x+4$$

$$0,5 = x+4$$

$$8 = x+4$$

$$0,5 - 4 = x$$

$$8 - 4 = x$$

$$\underline{\underline{x = -3,5}}$$

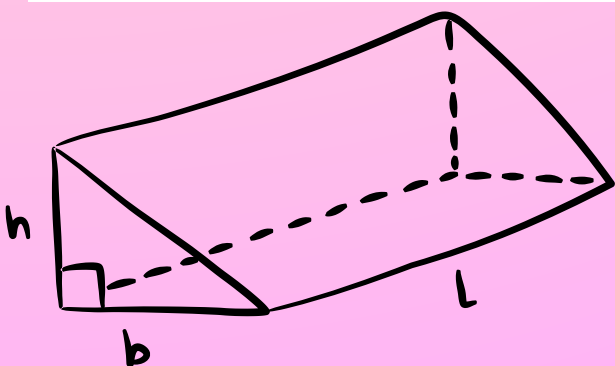
$$\underline{\underline{x = 4}}$$

$x = -3,5$ та $x = 4$ обидва належать ОДЗ

Відповідь: $-3,5; 4$

$$\begin{aligned} x+4 &> 0 \\ \text{ОДЗ: } x &> -4 \\ x &\in (-4; +\infty) \end{aligned}$$

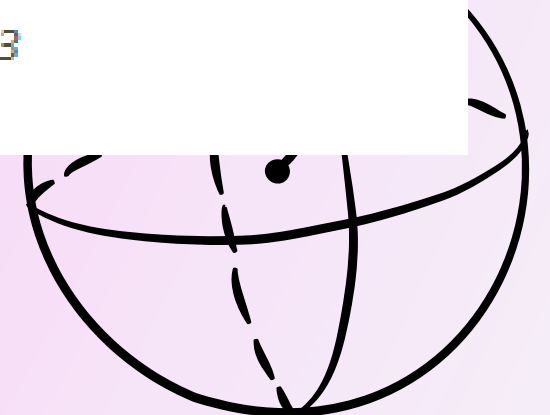
+b



$$V = \frac{1}{2} bhl$$

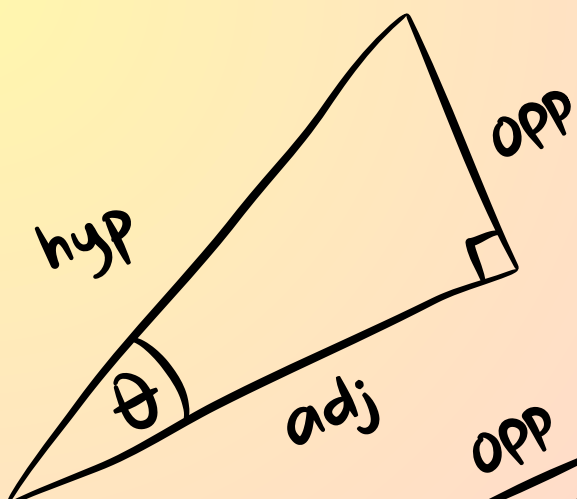
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Практичний блок



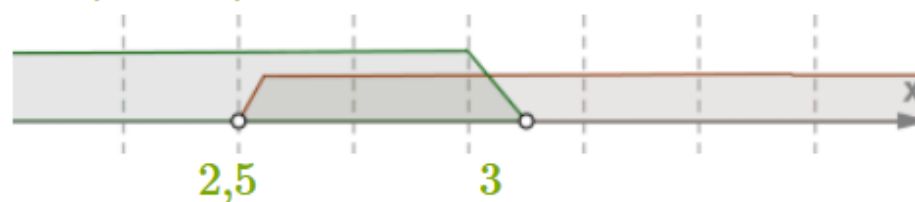
$$\sin(\alpha) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

Розв'яжи нерівність: $\log_2(3-x) < -1$

Розв'язання

$$\begin{aligned} \log_2(3-x) &< -1 \\ \log_2(3-x) &< \log_2 2^{-1} \\ \log_2(3-x) &< \log_2 0,5 \\ 3-x &< 0,5 \\ -x &< 0,5-3 \\ -x &< -2,5 \\ x &> 2,5 \\ x &\in (2,5; +\infty) \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{ОДЗ:} \\ 3-x &> 0 \\ -x &> -3 \\ x &< 3 \\ x &\in (-\infty; 3) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x \in (2,5; +\infty) \\ x \in (-\infty; 3) \end{cases}$$



Відповідь: $x \in (2,5; 3)$

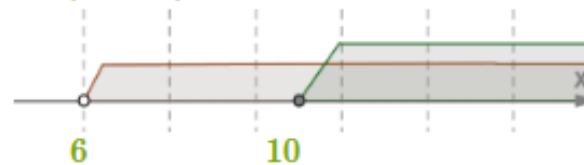
Розв'яжи нерівність: $\log_{0,5}(x-2) \geq \log_{0,5}(2x-12)$

Розв'язання

$$\begin{aligned} \text{ОДЗ:} \\ \begin{cases} x-2 > 0 \\ 2x-12 > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x > 2 \\ 2x > 12 \end{cases} \\ \begin{cases} x > 2 \\ x > 6 \end{cases} \Rightarrow x > 6 \\ x &\in (6; +\infty) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log_{0,5}(x-2) &\geq \log_{0,5}(2x-12) \\ x-2x &\leq x-12 \\ x-2x &\leq -12+2 \\ -x &\leq -10 \\ x &\geq 10 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x \in [10; +\infty) \\ x \in (6; +\infty) \end{cases}$$



Відповідь: $x \in [10; +\infty)$

Розв'язати рівняння $\log_3(x^2 + 72) = 4$

Розв'язок. ОДЗ: $x^2 + 72 > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$

За визначенням логарифма отримуємо

$$\begin{aligned} x^2 + 72 &= 3^4 \\ x^2 + 72 &= 81 \\ x^2 + 72 - 81 &= 0 \\ x^2 - 9 &= 0 \\ (x-3)(x+3) &= 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -3 \end{aligned}$$

Відповідь: $x_1 = 3, x_2 = -3$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= mx + b$$

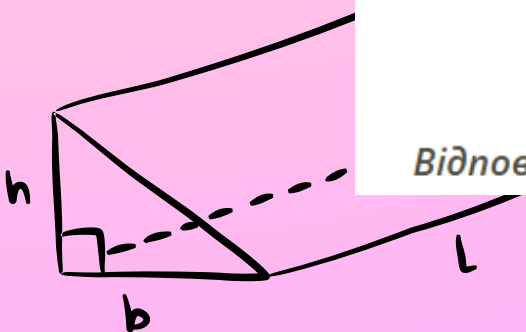


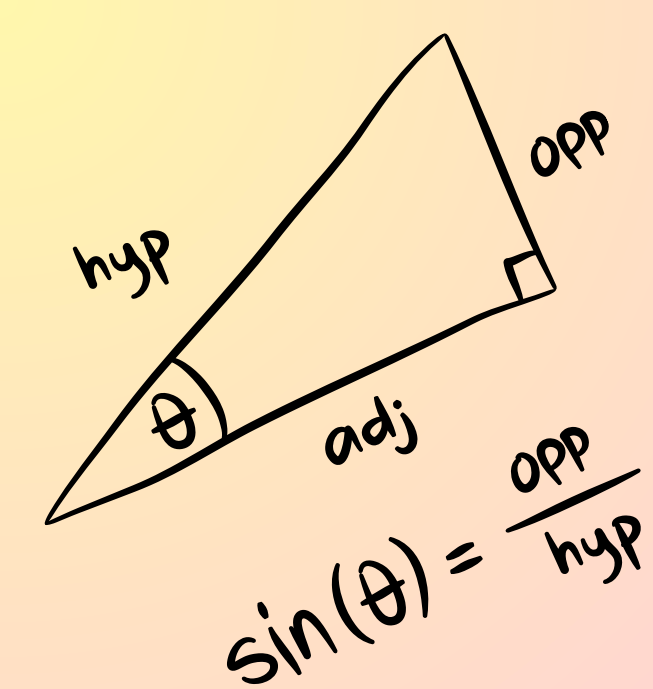
$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

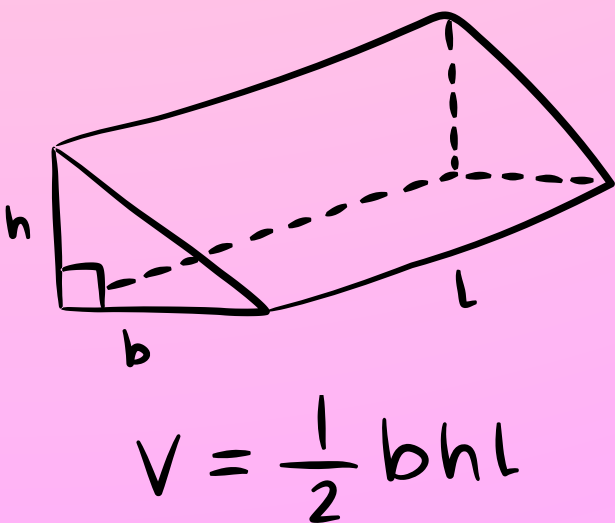
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$V = \frac{1}{2} bhl$$





$$a = \frac{V_f - V_i}{+}$$



$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Практичний блок

Розв'яжи рівняння $\log_{0,7}(x+4) + \log_{0,7}(2x+3) = \log_{0,7}(1-2x)$

Розв'язок.

ОДЗ:

$$\begin{cases} x+4 > 0 \\ 2x+3 > 0 \\ 1-2x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -4 \\ 2x > -3 \\ -2x > -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -4 \\ x > -1,5 \\ x < 0,5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in (-1,5; 0,5)$$

$$\log_{0,7}(x+4)(2x+3) = \log_{0,7}(1-2x)$$

$$(x+4)(2x+3) = 1-2x$$

$$2x^2 + 8x + 3x + 12 = 1 - 2x$$

$$2x^2 + 13x + 11 = 0$$

$$x_1 = -1, x_2 = -5,5$$

$$x_1 = -1 \in \text{ОДЗ}$$

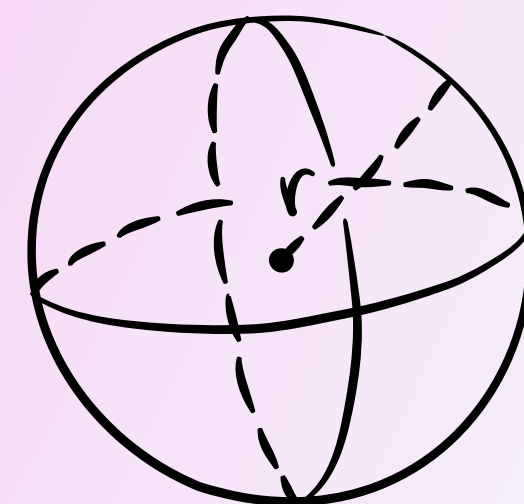
$$x_2 = -5,5 \notin \text{ОДЗ}$$

отже, $-5,5$ не є коренем вихідного рівняння.

Відповідь: $x = -1$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

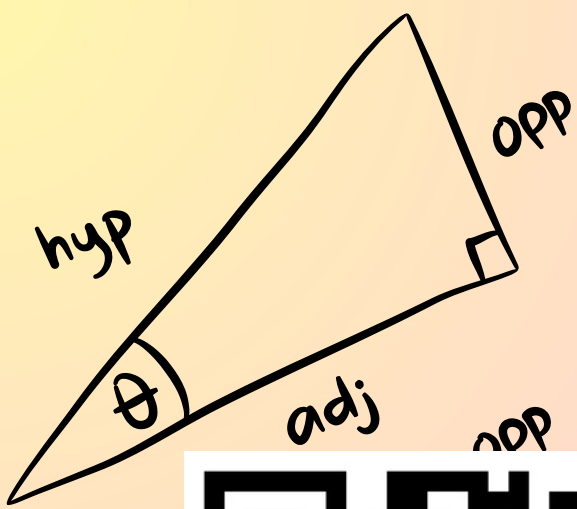
$$y = mx + b$$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Відеоблок



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

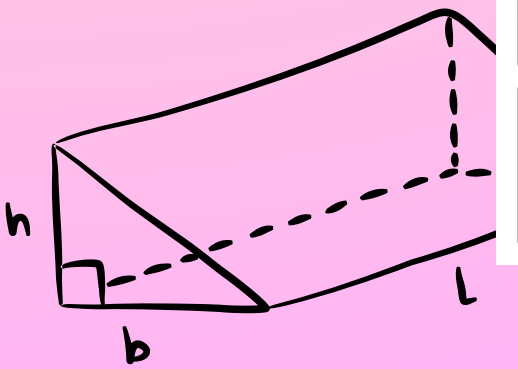
$$V = \pi r^2$$



Скористайся
порадами з
відеорозбору
завдань

$$mx + b$$

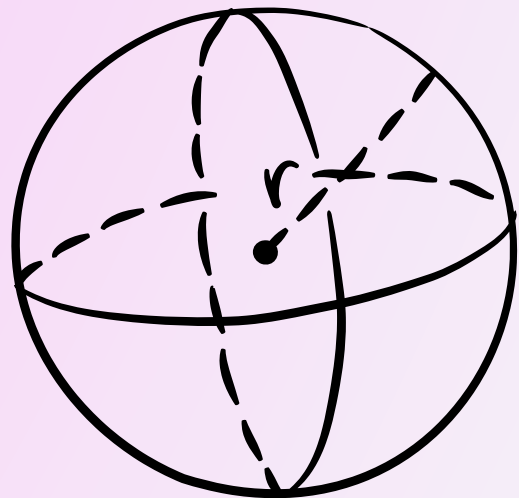
$$a = \frac{v}{t} +$$



$$V = \frac{1}{2} bhl$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Самостійний блок

Тема 30. Логарифмічні рівняння. Системи логарифмічних рівнянь

Варіант 1

1. Розв'яжіть рівняння $\log_3 x = -1$. (ЗНО, 2015 р.).

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{3}$	3	-1	-3	$-\frac{1}{3}$

2. Які з рівнянь I) – III) мають розв'язки:

I) $\log_3(-x) = -1$, II) $2^{-x} = -1$, III) $\log_2 2^x = -1$?

А	Б	В	Г	Д
I)	II)	III)	I), III)	II), III)

3. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $3^x = 30$. (Пробне ЗНО, 2013 р.).

А	Б	В	Г	Д
(1; 2)	(2; 3)	(3; 4)	(4; 5)	(5; 11)

4. Розв'яжіть рівняння $9^x = 0,2$.

А	Б	В	Г	Д
$\log_{0,2} 9$	$\log_9 0,2$	0	1	інша відповідь

5. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\log_{0,2}(4 + 2x) = 1$.

А	Б	В	Г	Д
(-4; -3)	(-2; 0)	(1; 2)	(3; 4)	(5; 6)

6. Розв'яжіть рівняння $\log_{0,6} x = \log_{0,6} 5 + \log_{0,6} 4$.

А	Б	В	Г	Д
4	5	10	20	інша відповідь

7. Знайдіть добуток коренів рівняння $\log_6(x^2 + 0,1) = 0$.

А	Б	В	Г	Д
-1,21	-0,9	0,81	1,21	інша відповідь

8. Знайдіть суму коренів рівняння $\lg(4x - 3) = 2\lg x$.

А	Б	В	Г	Д
-2	4	-4	2	інша відповідь

9. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\log_{0,5}(x - 9) = 1 + \log_{0,5} 5$.

А	Б	В	Г	Д
(11; 13)	(9; 11)	(-12; -10)	[-10; -9]	(6; 8)

10. Найменший корінь рівняння $\lg(2x - 1) + \lg(x - 9) = 2$ належить відрізку:

А	Б	В	Г	Д
[10; 15]	[5; 10]	(15; 20]	[-5; 0]	(20; 25]

11. Розв'яжіть рівняння $3^{1-5x} = 8$.

А	Б	В	Г	Д
$1 - \log_3 8$	$0,2(1 - \log_3 3)$	$0,2(1 - \log_3 8)$	0,2	$0,2\log_3 8$

12. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x + y = 7, \\ \lg x + \lg y = 1 \end{cases}$ і знайдіть добуток меншого значення x та більшого значення y розв'язків системи.

А	Б	В	Г	Д
1	10	100	7	інша відповідь

13. Знайдіть розв'язок $(x; y)$ системи рівнянь $\begin{cases} 3^{x+2y} = 1, \\ \lg(x - 3) = \lg(2y + 5) \end{cases}$ і обчисліть значення різниці $x - y$.

А	Б	В	Г	Д
0	2	-2	6	1

14. Якому проміжку належить корінь рівняння $0,2^x = 3$?

А	Б	В	Г	Д
(-2; -1)	[-1; 0]	(0; 1)	[1; 2]	[2; 3]

15. Якому проміжку належить найбільший корінь рівняння $\log_2(x + 1) = \log_4(x + 2)$?

А	Б	В	Г	Д
[0; 2]	[2; 4]	[5; 10]	[-2; 0]	інша відповідь

16. Розв'яжіть рівняння $\log_{27} x + 2 = \log_3 x$.

А	Б	В	Г	Д
3	9	$\frac{1}{3}$	27	81

17. Розв'яжіть рівняння $\lg(3x - 2) = 3 - \lg 25$.

А	Б	В	Г	Д
14	15	16	12	18

18. Знайдіть розв'язок $(x; y)$ системи рівнянь $\begin{cases} \log_{0,2}(x + y) = -2, \\ \log_5(x - y) = 2 \end{cases}$ і обчисліть значення суми $x + y$.

А	Б	В	Г	Д
20	0	25	50	інша відповідь

19. Розв'яжіть рівняння $\log_3(8 - 2|x|) = 2$.

А	Б	В	Г	Д
0,5	-0,5	-0,5; 0,5	-1; 1	рівняння коренів не має

20. Знайдіть добуток коренів рівняння $\log_2(x^2 - x - 12) = 3$.

А	Б	В	Г	Д
-12	-8	20	-20	обчислити неможливо

21. Розв'яжіть рівняння $\lg(x^2 - x) = 1 - \lg 5$.

А	Б	В	Г	Д
-2; 1	2; -1	3; -2	-3; 2	рівняння коренів не має

22. Розв'яжіть рівняння $\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{3x - 5} = 0$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	3	4

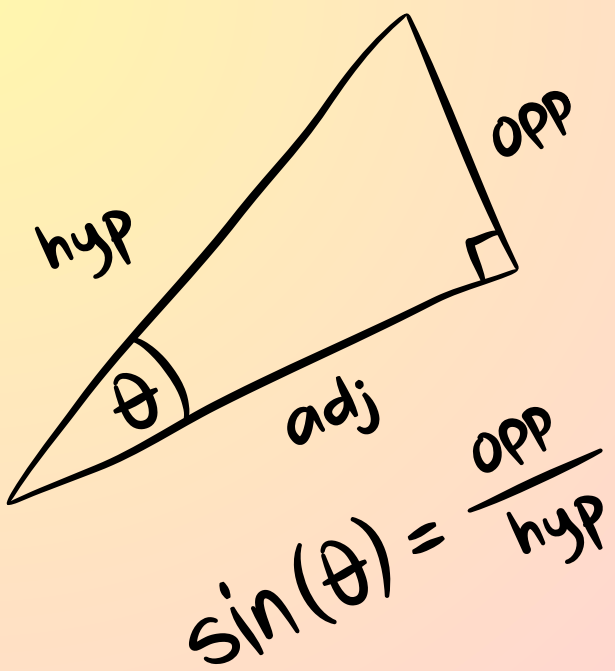
$$V = \frac{1}{2} b h l$$

$$a + \frac{1}{b} = 1$$

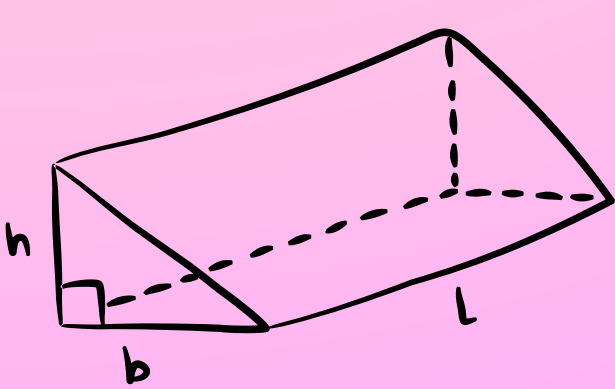
$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$V = \frac{1}{3}$$

$$r^3$$



$$a = \frac{V_f - V_i}{+}$$



$$V = \frac{1}{2} b h l$$

$$a + \frac{1}{b} = 1$$

$$ax^2 + \dots$$

Самостійний блок

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = mx + b$$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

29. Розв'яжіть рівняння $\lg \sqrt{x-5} + \lg \sqrt{2x-3} + 1 = \lg 30$.

Відповідь. _____

30. Розв'яжіть рівняння $\log_5^2(2x) - 20\log_5(2x) = 21$.

Відповідь. _____

31*. Розв'яжіть рівняння $x^{\log_3 x - 3} = \frac{1}{9}$.

Відповідь. _____

32*. Розв'яжіть рівняння $\log_{x-2}(2x^2 - 11x + 16) = 2$.

Відповідь. _____

33*. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} \lg x = 2^{\log_2 y} - 1, \\ 0,01 \cdot 10^{2y} - 11x + 10 = 0. \end{cases}$

Відповідь. _____

34*. Розв'яжіть рівняння $(\sqrt[3]{x})^{\lg x} = 10^{6+\lg x}$.

Відповідь. _____

35*. Розв'яжіть рівняння $\log_6^2(36x) + \log_6 \frac{x^2}{216} = 8$.

Відповідь. _____

36*. Розв'яжіть рівняння $3\log_x 4 + 2\log_{4x} 4 + 3\log_{16x} 4 = 0$.

Відповідь. _____

23. До кожного початку речення (1 – 4), де $a > 0$, $b > 0$, доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження. (ЗНО, додаткова сесія, 2014 р.).

Початок речення	Закінчення речення	А Б В Г Д
1 Якщо $\log_2 a = 2\log_2 b$, то	А $a = 2b$	1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
2 Якщо $a^3 = 8b^3$, то	Б $a = 2 + b$	2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
3 Якщо $\sqrt{a} = 2\sqrt{b}$, то	В $a = 4b$	3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
4 Якщо $2^a = 4 \cdot 2^b$, то	Г $a = b^2$	4 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
	Д $a = \sqrt{2}b$	

24. Установіть відповідність між рівняннями (1 – 4) та їхніми коренями (А – Д).

	А Б В Г Д	А Б В Г Д
1 $\log_{0,6}(x+2) + \log_{0,6}(6-x) = \log_{0,6}(x+8)$	А 6	1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
2 $\log_2(2x+1) - \log_2 x = \log_2 64$	Б $\frac{1}{62}$	2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
3 $\log_4(5^x - 4) + \log_4(5^x - 1) = 1$	В $\frac{1}{6}$	3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
4 $\log_9(x+2) - \log_9 8 = \log_9(x+3) - 1$	Г -1; 4	4 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
	Д 1	

25. Установіть відповідність між системою рівнянь (1 – 4) та різницею $(x-y)$ пар її розв'язків (А – Д).

	А Б В Г Д	А Б В Г Д
1 $\begin{cases} 2^x = 16, \\ \log_2 x + \log_2 y = 1 \end{cases}$	А 2	1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
2 $\begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = 1, \\ \log_2 xy = 8 \end{cases}$	Б -2	2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
3 $\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 144, \\ \log_{\sqrt{2}}(y-x) = 2 \end{cases}$	В 3,5	3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
4 $\begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 0, \\ x^2 - 2y^2 - 8 = 0 \end{cases}$	Г $8\sqrt{2}$	4 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
	Д $4\sqrt{2}$	

26. Розв'яжіть рівняння $\log_6(x-3) + \log_6(x-8) = 2$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь; якщо воно має два корені, то у відповідь запишіть їхню суму. (ЗНО, 2009 р.).

Відповідь. _____

27. Розв'яжіть рівняння $\frac{2\lg x}{\lg(8x-7)} = 1$

Відповідь. _____

28. Розв'яжіть рівняння $\log_{0,7} \sqrt{\frac{2x+3}{x-1}} = 0$.

Відповідь. _____

Самостійний блок

Тема 31. Логарифмічні нерівності

Варіант 1

1. Розв'яжіть нерівність $2^x \leq 3$. (ЗНО, 2013 р.).

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; \log_2 3]$	$(-\infty; \log_3 2]$	$(0; \log_2 3]$	$(-\infty; 1,5]$	$[\log_2 3; +\infty)$

2. Розв'яжіть нерівність $\log_3(3x+2) \leq \log_3(x-1)$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\frac{2}{3}; +\infty)$	$(-\infty; -\frac{2}{3}]$	$[-1,5; -\frac{2}{3}]$	$(-1,5; +\infty)$	нерівність не має розв'язків

3. Розв'яжіть нерівність $3 + \log_2 x \geq 0$. (Пробне ЗНО, 2015 р.).

А	Б	В	Г	Д
$(\frac{1}{8}; +\infty)$	$(0; 0,125]$	$(-\infty; 0,125]$	$[8; +\infty)$	$[-6; +\infty)$

4. Які нерівності I) – III) не мають розв'язків:
I) $-\lg x > 0$, II) $0,1^x < 0$, III) $\log_2 x \geq \log_2(-x)$?

А	Б	В	Г	Д
I)	II)	III)	II) і III)	усі не мають розв'язків

5. Знайдіть число цілих розв'язків нерівності $\log_{0,5}(x-2) \geq -2$.

А	Б	В	Г	Д
4	5	6	жодного	безліч

6. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,2}(x-1) < \log_{0,2}(3x+2)$.

А	Б	В	Г	Д
$(-1,5; +\infty)$	$(-\frac{2}{3}; +\infty)$	$(1; +\infty)$	$(-\infty; 1)$	нерівність не має розв'язків

7. Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{10}{3}}(1-1,4x) < -1$.

А	Б	В	Г	Д
$(1,4; 2)$	$(-\infty; 0,5)$	$(0,5; \frac{5}{7})$	$(0,5; +\infty)$	інша відповідь

8. Знайдіть найменше ціле число, яке задовольняє нерівність $\lg(x^2 + x + 4) < 1$.

А	Б	В	Г	Д
-3	-2	-1	0	не існує

9. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,3}(4x-3) \geq \log_{0,3}(x+3)$.

А	Б	В	Г	Д
$(0,75; 2]$	$[2; +\infty)$	$(0,75; +\infty)$	$(-\infty; 0,75) \cup [2; +\infty)$	$[-3; +\infty)$

10. Скільки цілих розв'язків має нерівність $\log_6(x^2 - x) < 1$?

А	Б	В	Г	Д
два	три	чотири	п'ять	більше п'яти

11. Розв'яжіть нерівність $x \log_{0,7} 7 - 2 \log_{0,7} 7 > 0$ і знайдіть суму цілих розв'язків, які належать проміжку $[-3; 3]$.

А	Б	В	Г	Д
-6	-5	-3	-10	обчислити неможливо

12. Укажіть кількість цілих розв'язків нерівності $\log_9(x+3)^2 \leq 1$.

А	Б	В	Г	Д
менше чотирьох	чотири	п'ять	шість	більше шести

13. Розв'яжіть нерівність $10^{\lg(5+x^2)} \leq 5$.

А	Б	В	Г	Д
0	$(-\infty; 0]$	$[0; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$	нерівність не має розв'язків

14. Розв'яжіть нерівність $\log_3 \log_{0,5}(2x+1) > 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(0,25; 0,5)$	$(0,5; +\infty)$	$(0,5; 0,75)$	$(0,75; +\infty)$	$(-0,5; -0,25)$

15. Знайдіть найбільше ціле число, яке задовольняє нерівність $8^{\log_8(3-2x)} > 3$.

А	Б	В	Г	Д
-3	-2	-1	0	не існує

16. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,5}(2x-6) > \log_{0,5} 2$. (ЗНО, 2008 р.).

А	Б	В	Г	Д
$(3; 4)$	$(0; 4)$	$(-\infty; 4)$	$(4; +\infty)$	$(3; +\infty)$

17. Знайдіть множину розв'язків нерівності $\log_{0,8}(x^2 - 2x - 3) \leq \log_{0,8}(9 - x)$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -3)$	$(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$	$[-3; 4]$	$(-\infty; 9)$	$(-\infty; -3] \cup [4; 9]$

18. Розв'яжіть нерівність $\lg x + \lg(x-3) > 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -2) \cup (5; +\infty)$	$(-2; 5)$	$(0; 3)$	$(3; +\infty)$	$(5; +\infty)$

19. Розв'яжіть нерівність $\log_3 \frac{2x+5}{x+1} \geq 1$ і вкажіть кількість її цілих розв'язків.

А	Б	В	Г	Д
один	два	три	більше трьох	жодного

20. Знайдіть найменше число x , яке задовольняє нерівність $\log_3(2-x) \leq 3$.

А	Б	В	Г	Д
-25	-27	-29	-31	інша відповідь

21. Знайдіть суму цілих розв'язків нерівності $1 + \log_{0,25}(2-x) > 0$, що належать проміжку $(-5; 5]$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	3	4

22. Серед чисел 1; 2; 3; 4; 5 оберіть ті числа, які задовольняють нерівність $\log_x(2x-3) < 2$. Укажіть їхню кількість.

А	Б	В	Г	Д
одне	два	три	чотири	п'ять

23. Установіть відповідність між нерівністю $(1-4)$ та множиною її розв'язків (А – Д). (Пробне ЗНО, 2012 р.).

1 $(x-3)(x+1) < 0$

2 $\log_2 x < 2$

3 $4x-3 > x$

4 $|x| < 2$

А $(-\infty; 1)$

Б $(-1; 3)$

В $(1; +\infty)$

Г $(-2; 2)$

Д $(0; 4)$

А Б В Г Д

1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

4 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

$$V = \frac{1}{2} b h l$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$+b$$

$$r^3$$

$$V = \frac{1}{3} S h$$

Самостійний блок

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

24. Установіть відповідність між нерівністю (1 – 4) та множиною її розв'язків (А – Д).

1 $\log_2(5x+1) > 4$	А (0; 9]	А Б В Г Д
2 $\log_{\frac{1}{3}}(2x-3) > -2$	Б (1,5; 6)	1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
3 $\log_{0,4}(x^2-3) < \log_{0,4}(x+3)$	В (0; 0,008] $\cup$ [125; $+\infty$)	2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
4 $\log_{0,2}^2 x \geq 9$	Г (3; $+\infty$)	3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
	Д (-3; -2) $\cup$ (3; $+\infty$)	4 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

25. Установіть відповідність між нерівностями (1 – 4) та їхніми найбільшими цілими розв'язками (А – Д).

1 $\log_{0,25}(x+1) > -1,5$	А 1	А Б В Г Д
2 $\log_{\sqrt{10}}(2x^2+x) < 2$	Б не існує	1 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
3 $\lg(x-2) - \log_{\sqrt{10}}(x-2) > -1$	В 6	2 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
4 $\log_{0,5}(x^2-x-2) > -2$	Г 10	3 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
	Д 11	4 ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

26. Серед наведених трьох пар нерівностей укажіть пари таких нерівностей, які мають спільні множини розв'язків: 1) $\log_x(2x-3) < 2$ і $2x-3 < x^2$; 2) $\lg(x+1)^2 < 6$ і $\lg(x+1) < 3$; 3) $\log_{x^2+1} 10 < 1$ і $x^2 > 9$.

Відповідь. _____

27. Розв'яжіть нерівність $\lg \frac{4}{2x-3} \geq 0$. У відповідь запишіть найбільший розв'язок цієї нерівності. Якщо найбільший розв'язок нерівності не існує, то у відповідь запишіть число 100. (ЗНО, 2015 р.).

Відповідь. _____

28. Знайдіть суму всіх цілих розв'язків нерівності $\log_{0,5} \frac{x-1}{7-x} \leq -1$.

Відповідь. _____

29. Розв'яжіть нерівність $\lg^2 100x - 5 \lg x \geq 6$.

Відповідь. _____

30. Розв'яжіть нерівність $\log_5 \log_3 \frac{x^2-x-18}{x-2} \geq 0$ і вкажіть кількість цілих розв'язків, які належать проміжку $[-2; 6]$.

Відповідь. _____

31*. Розв'яжіть нерівність $\log_3(4-x) < x$.

Відповідь. _____

32*. Знайдіть найменший цілий розв'язок нерівності $\log_{x-3}(x-1) < 2$.

Відповідь. _____

33*. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{-x^2+7x-10}(\log_2(x-3)) \leq 0$.

Відповідь. _____

34*. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{\log_2 \frac{3x-1}{2-x}} < 1$.

Відповідь. _____

35*. Розв'яжіть нерівність $\log_{x^2-1}(3x-1) < \log_{x^2-1} x^2$.

Відповідь. _____

36*. Розв'яжіть нерівність $x^{\log_5 x + 3} \leq 625$ і знайдіть суму цілих розв'язків нерівності.

Відповідь. _____

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V = \frac{1}{2} b h l$$

$$a \quad b = 1$$