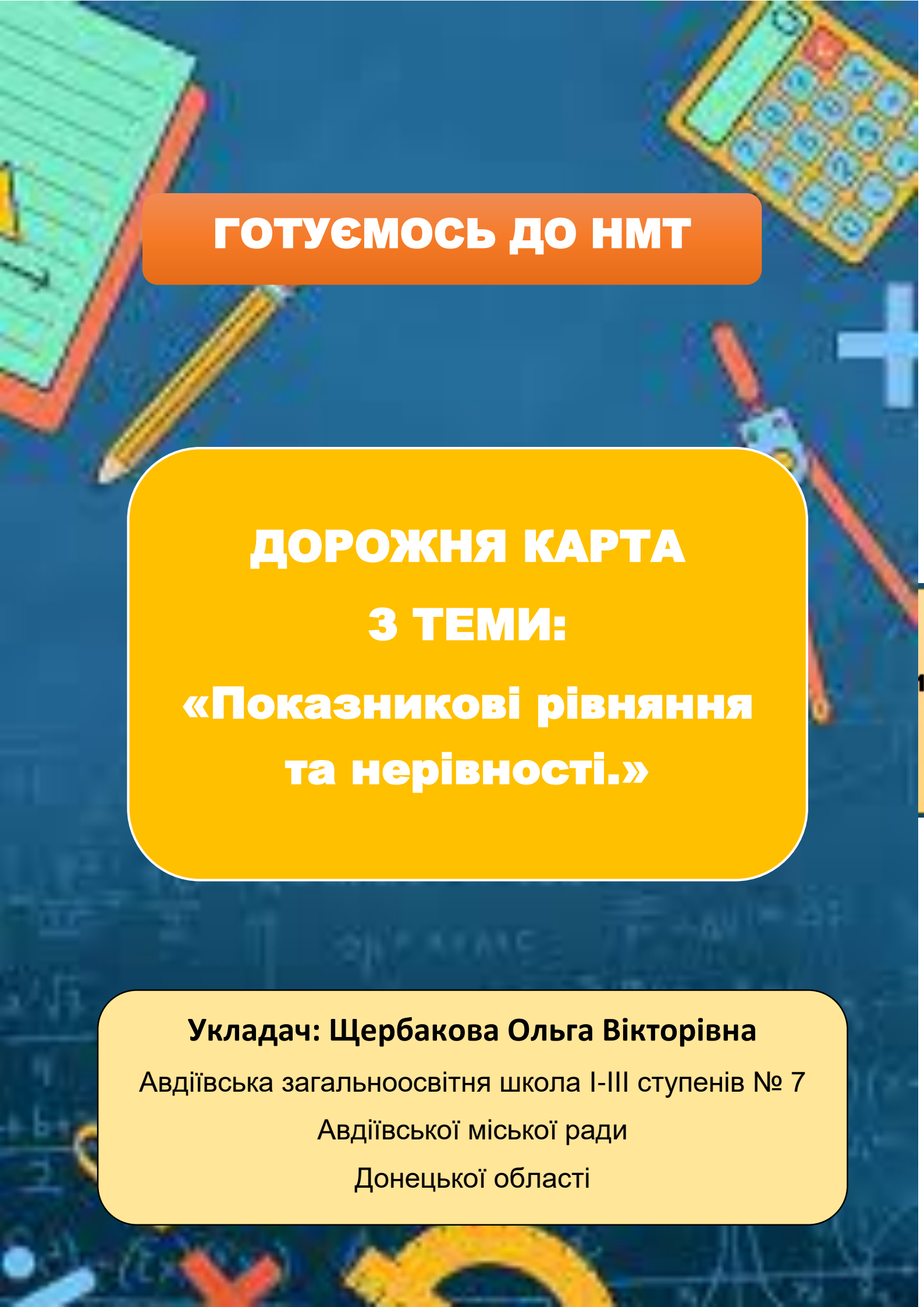




ГОТУЄМОСЬ ДО НМТ

ДОРОЖНЯ КАРТА
З ТЕМИ:
«Показникові рівняння
та нерівності.»

Укладач: Щербакова Ольга Вікторівна
Авдіївська загальноосвітня школа І-ІІІ ступенів № 7
Авдіївської міської ради
Донецької області

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Показникові рівняння.

Найпростішим показниковим рівнянням є рівняння

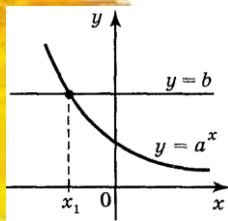
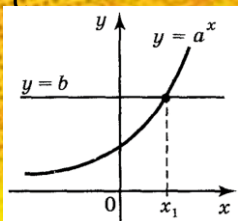
a

Оскільки множина значень функції $y = a^x$ — множина додатних

ч

и

с



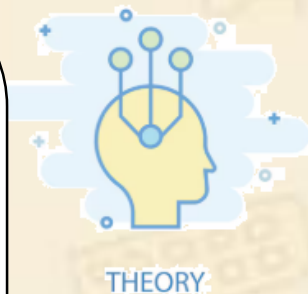
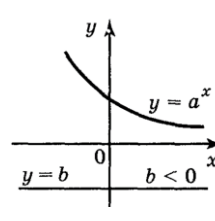
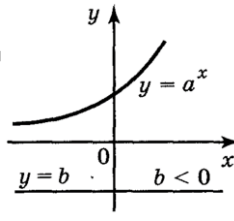
b

Д

е

a

a



Способи розв'язання показникових

[Зведення до спільної основи](#)

[Зведення до спільного показника](#)

[Винесення спільного множника за дужки](#)

[Спосіб приведення рівняння до квадратного](#)

[Графічний спосіб](#)

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Показникові нерівності.

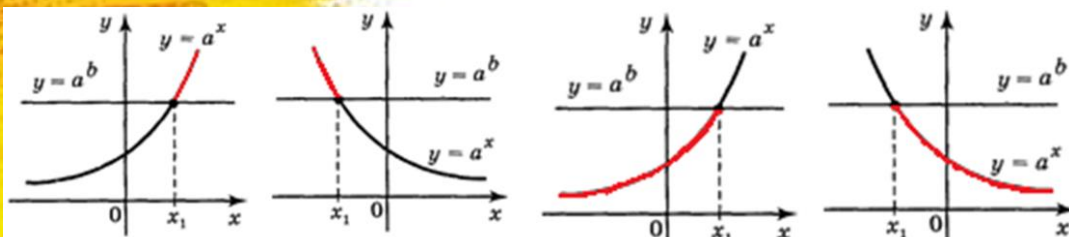
Розв'язування **показникових нерівностей** часто зводиться до розв'язування нерівностей виду:

$$a^x > a^b \text{ або } a^x < a^b$$

Ці нерівності розв'язують, використовуючи монотонність (зростання, спадання) показникової функції.

$$a^x > a^b$$

$$a^x < a^b$$



THEORY

Правила розв'язання показникових нерівностей

$$a^x > a^b \quad \text{або} \quad a^x < a^b$$

1. Якщо основа $a > 1$, то при переході до показників степеня, знак нерівності залишаємо без змін: $x > b$ або $x < b$.

2. Якщо основа $0 < a < 1$, то при переході до показників степеня, знак нерівності змінюємо на протилежний: $x < b$ або $x > b$.

3. При зведенні показникових нерівностей до найпростіших використовуємо методи розв'язання рівнянь.

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Зведення до спільної основи

1) $5^x = 125$, а $125 = 5^3$, 2) $15^{x^2-5x+6} = 1$.
 $5^x = 5^3$,
 $x = 3$.

Відповідь: 3.

$1 = 15^0$, то $15^{x^2-5x+6} = 15^0$,
 $x^2 - 5x + 6 = 0$,
 $x_1 = 2, x_2 = 3$.

Відповідь: 2; 3.

3) $2^{x-2} = -2$.

Оскільки $2^{x-2} > 0$ при всіх значеннях x , то рівняння коренів не має.



Зведення до спільного показника

1) $2^x \cdot 3^x = 36$;
 $6^x = 36$;
 $6^x = 6^2$;
 $x = 2$.

2) $2^x \cdot 5^x = 0,1(10^{x-1})^3$;
 $10^x = 10^{-1} \cdot 10^{3x-3}$;
 $10^x = 10^{3x-4}$;
 $x = 3x - 4$;
 $x = 2$.

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Винесення спільного множника за дужки

$$\begin{array}{ll} 1) 3^{x+1} + 3^x = 108 & 2) 3^x - 2 \cdot 3^{x-2} = 63; \\ 3^x \cdot 3 + 3^x = 108 & 3^{x-2}(3^2 - 2) = 63; \\ 3^x(3+1) = 108 & 3^{x-2} \cdot 7 = 63; \\ 3^x \cdot 4 = 108 & 3^{x-2} = 9; \\ 3^x = 108 : 4 & 3^{x-2} = 3^2; \\ 3^x = 27 & x - 2 = 2; \\ 3^x = 3^3 & x = 4. \\ x = 3 & \end{array}$$



Спосіб приведення рівняння до квадратного

$$\begin{aligned} 49^x - 8 \cdot 7^x + 7 &= 0; \\ (7^2)^x - 8 \cdot 7^x + 7 &= 0; \\ (7^x)^2 - 8 \cdot 7^x + 7 &= 0. \end{aligned}$$

Нехай $7^x = t$, тоді

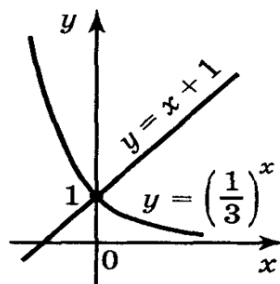
$$t^2 - 8t + 7 = 0;$$
$$t_1 = 7; t_2 = 1.$$

Отже: 1) $7^x = 7$; $x = 1$;
2) $7^x = 1$; $7^x = 7^0$; $x = 0$.

Графічний спосіб

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = x + 1.$$

Будуємо графіки функцій $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
 $y = x + 1$ в одній системі
координат. Графіки функцій
перетинаються в точці, абсциса
якої $x = 0$.
Відповідь: $x = 0$.



ПРАКТИЧНИЙ БЛОК



Показникові нерівності

1) $3^x < 27$

$$3^x < 3^3$$

Оскільки $3 > 1$, то функція $y = 3^t$ є зростаючою.

Отже, при $x < 3$
виконується нерівність
 $3^x = 3^3$

Відповідь: $x < 3$

2) $0,3^x < 0,027$

$$0,3^x < 0,3^3$$

Оскільки $0 < 0,3 < 1$, то
функція $y = 0,3^t$ є спадною.

Отже, при $x > 3$
виконується нерівність
 $3^x < 3^3$

Відповідь: $x > 3$

ВІДЕО БЛОК



**Скористайтесь
порадами з
відео розбору
завдань!**



ВІДЕО БЛОК

**Скористайтесь
порадами з
відео розбору
завдань!**



ТРЕНУВАЛЬНИЙ БЛОК

**Запрошуємо вас скористатися
онлайн-тренажерами для
ефективної підготовки до НМТ
з математики — тренуйтеся,
перевіряйте знання та
впевнено йдіть до мети!**



САМОСТІЙНИЙ БЛОК

1. Розв'яжіть рівняння:

1) $9^{-x} = 27$;

4) $0,4^{x^2-x-6} = 1$;

7) $\left(\frac{2}{5}\right)^x \cdot \left(\frac{25}{8}\right)^x = \frac{125}{64}$;

2) $\left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{5}{3}$;

5) $\sqrt{2^x} = 8^{-\frac{2}{3}}$;

8) $32^{\frac{3}{5}x-2} = 4^{6-\frac{3}{2}x}$;

3) $0,7^x = 2\frac{2}{49}$;

6) $\left(\frac{2}{9}\right)^{2x+3} = 4,5^{x-2}$;

9) $3^{x^2-9} = 7^{x^2-9}$.

2. Розв'яжіть рівняння:

1) $3^{x+2} + 3^x = 30$;

4) $7^{x+1} + 4 \cdot 7^x = 77$;

2) $4^{x+1} + 4^{x-2} = 260$;

5) $5^x + 7 \cdot 5^{x-2} = 160$;

3) $2^{x+4} - 2^x = 120$;

6) $6^{x+1} - 4 \cdot 6^{x-1} = 192$.

3. Розв'яжіть рівняння:

1) $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$;

3) $25^x - 5^x - 20 = 0$;

2) $9^x - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$;

4) $100 \cdot 0,3^{2x} + 91 \cdot 0,3^x - 9 = 0$.

4. Розв'яжіть рівняння:

1) $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 56$;

3) $2 \cdot 7^x + 7^{x+2} - 3 \cdot 7^{x-1} = 354$;

2) $6 \cdot 5^x - 5^{x+1} - 3 \cdot 5^{x-1} = 10$;

4) $4^{x-2} - 3 \cdot 2^{2x-1} + 5 \cdot 2^{2x} = 228$.

5. Розв'яжіть рівняння:

1) $3 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 6^x + 2 \cdot 3^{2x} = 0$;

3) $7 \cdot 49^x + 3 \cdot 28^x = 4 \cdot 16^x$;

2) $2^{2x+1} - 7 \cdot 10^x + 25^{x+0,5} = 0$;

4) $9^x + 4^x = 2 \cdot 6^x$.

САМОСТІЙНИЙ БЛОК

6. Розв'яжіть нерівність:

1) $2^{x^2-1} < 8;$

5) $\left(\frac{1}{4}\right)^{6x-x^2} > \left(\frac{1}{4}\right)^5;$

2) $27^{2x+1} > \left(\frac{1}{9}\right)^{x+2};$

6) $125 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{3x^2} \geq \left(\frac{1}{25}\right)^{-4x};$

3) $0,1^{3x-1} < 1000;$

7) $\left(\sin \frac{\pi}{6}\right)^{x-0,5} > \sqrt{2};$

4) $\left(\frac{1}{36}\right)^{2-x} < 216^{x+1};$

8) $4 \cdot 0,5^{x(x+3)} \geq 0,25^{2x}.$

7. Розв'яжіть нерівність:

1) $7^{x+2} - 14 \cdot 7^x > 5;$

4) $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{x+1} \geq 26;$

2) $9 \cdot 3^{x-1} + 3^x < 36;$

5) $2 \cdot 6^x + 3 \cdot 6^{x+3} \leq 650;$

3) $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} > 56;$

6) $\left(\frac{3}{4}\right)^x - \left(\frac{3}{4}\right)^{x+1} > \frac{3}{16}.$

8. Розв'яжіть нерівність:

1) $3^{2x} - 4 \cdot 3^x - 45 > 0;$

4) $0,25^x - 12 \cdot 0,5^x + 32 \geq 0;$

2) $4^x + 2^{x+3} - 20 < 0;$

5) $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x - 5 \cdot 36^x < 0;$

3) $49^x - 8 \cdot 7^x + 7 \leq 0;$

6) $2 \cdot 49^{\frac{1}{x}} - 9 \cdot 14^{\frac{1}{x}} + 7 \cdot 4^{\frac{1}{x}} \geq 0.$

САМОСТІЙНИЙ БЛОК

Відповіді:

Завдання 1.

- | | |
|--------------------|---------------------|
| 1) $x=-1,5$ | 6) $x=-\frac{1}{3}$ |
| 2) $x=-1$ | 7) $x=3$ |
| 3) $x=-2$ | 8) $x=3\frac{2}{3}$ |
| 4) $x_1=3, x_2=-2$ | 9) $x_1=3, x_2=-3$ |
| 5) $x=-4$ | |

Завдання 2.

- | | |
|------|------|
| 1) 1 | 4) 1 |
| 2) 3 | 5) 3 |
| 3) 3 | 6) 2 |

Завдання 3.

- | |
|---------|
| 1) 1; 2 |
| 2) 2 |
| 3) 1 |
| 4) 2 |

Завдання 4.

- | |
|------|
| 1) 5 |
| 2) 3 |
| 3) 1 |
| 4) 3 |

Завдання 5.

- | |
|----------|
| 1) 0; 1 |
| 2) 0; -1 |
| 3) -1 |
| 4) 0 |

Завдання 6.

- | | |
|------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $(-2; 2)$ | 5) $(-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$ |
| 2) $(-\frac{7}{8}; +\infty)$ | 6) $[-3; \frac{1}{3}]$ |
| 3) $(-\frac{2}{3}; +\infty)$ | 7) $(-\infty; 0)$ |
| 4) $(-7; +\infty)$ | 8) $[-1; 2]$ |

Завдання 7.

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1) $(-1; +\infty)$ | 4) $(-\infty; -1]$ |
| 2) $(-\infty; 2)$ | 5) $(-\infty; 0]$ |
| 3) $(5; +\infty)$ | 6) $(-\infty; 1)$ |

Завдання 8.

- | | |
|-------------------|---------------------------------------|
| 1) $(2; +\infty)$ | 4) $(-\infty; -5] \cup [-2; +\infty)$ |
| 2) $(-\infty; 1)$ | 5) $(0; \frac{1}{2})$ |
| 3) $[0; 1]$ | 6) $(-\infty; 0) \cup (0; 1]$ |

ПОРАДНИК

Зосередьтеся! Поспішайте не поспішаючи! Жорсткі рамки часу не повинні впливати на якість Ваших відповідей. Перед тим, як вписати відповідь, перечитайте питання двічі і переконайтеся, що Ви правильно зрозуміли, що від Вас вимагається.

- **Починайте з легкого!** Відповідайте на ті питання, у правильності яких Ви не сумніваєтеся, не зупиняючись на тих, які можуть викликати довгі роздуми. Тоді Ви заспокоєтесь, голова почне працювати ясніше і чіткіше, і Ви увійдете в робочий ритм. Ви немовбито звільнитесь від нервозності, і вся Ваша енергія потім буде спрямована на важкі питання.
- **Пропускайте!** Треба навчитися пропускати важкі або незрозумілі завдання. Пам'ятайте: у тексті завжди знайдуться такі питання, з якими Ви обов'язково впораєтесь. Просто безглуздо недобрати балів тільки тому, що Ви не дійшли до "своїх" завдань, а зупинилися на тих, які викликають у Вас труднощі.
- **Читайте завдання до кінця!** Поспіх не повинен призводити до того, що Ви прагнете зрозуміти умови завдання "за першими словами" і побудовуєте кінцівку у власній уяві. Це вірний спосіб зробити прикрі помилки в найлегших питаннях.
- **Думайте тільки про поточне завдання!** Коли Ви бачите нове завдання, забудьте все, що було в попередньому. Як правило, завдання в тестах не пов'язані одне з одним, тому знання, які Ви застосували в одному (уже, припустимо, розв'язаному Вами), як правило, не допомагають, а тільки заважають сконцентруватися і правильно розв'язати нове завдання. Ця порада дає Вам і інший безцінний психологічний ефект - забудьте про невдачу в минулому завданні (якщо воно було Вам не під силу). Думайте тільки про те, що кожне нове завдання - це шанс набрати бали.
- **Виключайте!** Більшість завдань можна розв'язати швидше, якщо не шукати одразу правильний варіант відповіді, а послідовно виключати ті, які дійсно не підходять. Метод виключення дозволяє у результаті сконцентрувати увагу всього на одному-двох варіантах, а не на всіх п'яти-семи (що набагато важче).
- **Заплануйте два кола!** Розрахуйте час так, щоб за дві третини всього відведеного часу пройти за всіма легкими завданнями ("перше коло"). Тоді Ви встигнете набрати максимум балів на цих завданнях, а потім спокійно повернутися і подумати над важкими, які Вам спочатку довелося пропустити ("друге коло").
- **Перевірте!** Залиште час для перевірки своєї роботи, щоб встигнути пробігти очима і відмітити очевидні помилки.
- **Довіряйте інтуїції!** Якщо Ви не впевнені у виборі відповіді, але інтуїтивно можете віддати перевагу якійсь відповіді іншим, то інтуїції слід довіряти! При цьому вибирайте такий варіант, який, на Ваш погляд, має велику вірогідність.
- **Не засмучуйтеся!** Прагніть виконати всі завдання, але пам'ятайте, що тестові завдання розраховані на максимальний рівень важкості