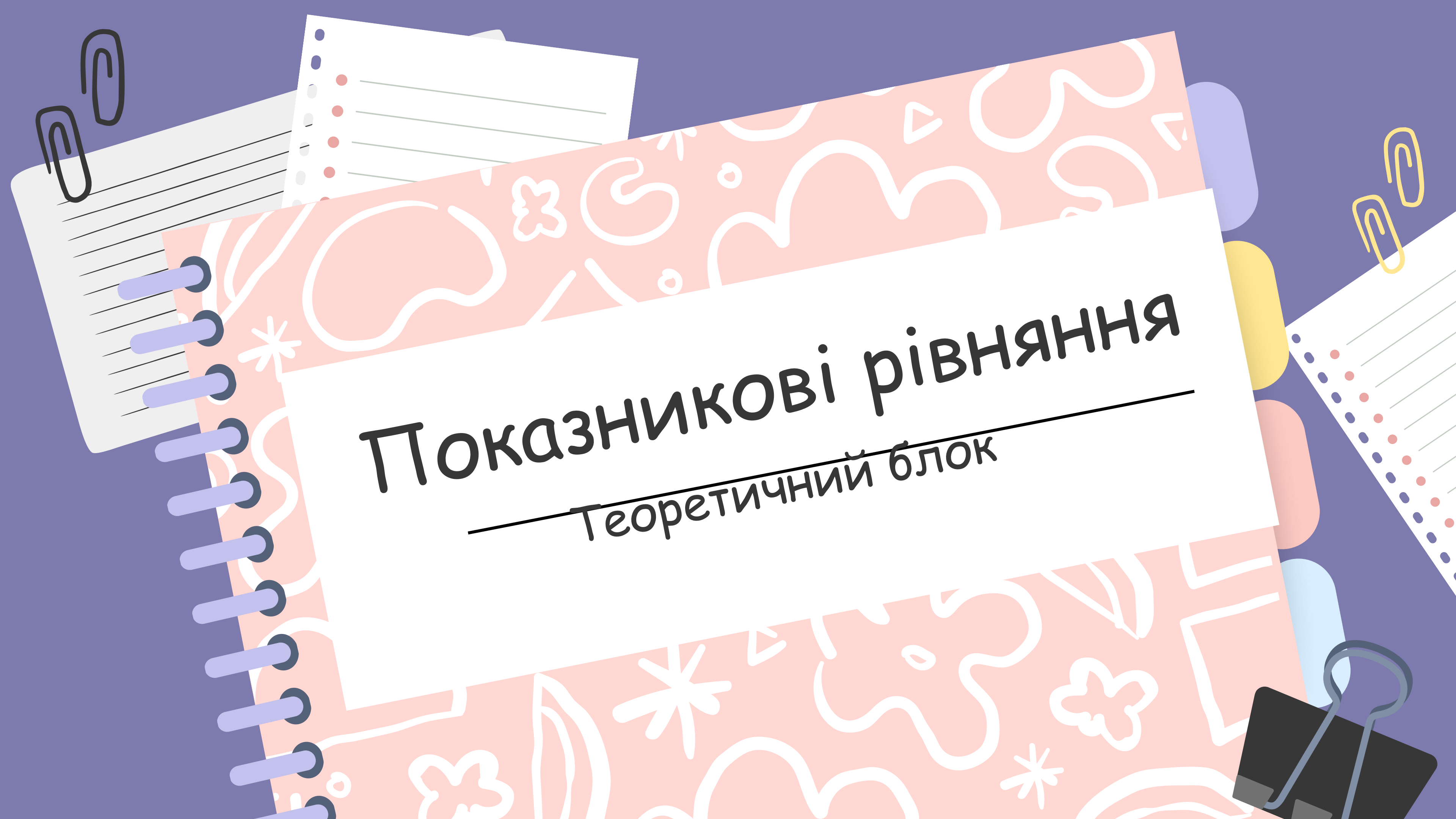




Показникові рівняння

Теоретичний блок

Пригадай властивості степеня з дійсним показником

$$a^u \cdot a^v = a^{u+v}$$

$$(ab)^u = a^u \cdot b^u$$

$$\frac{a^u}{a^v} = a^{u-v}$$

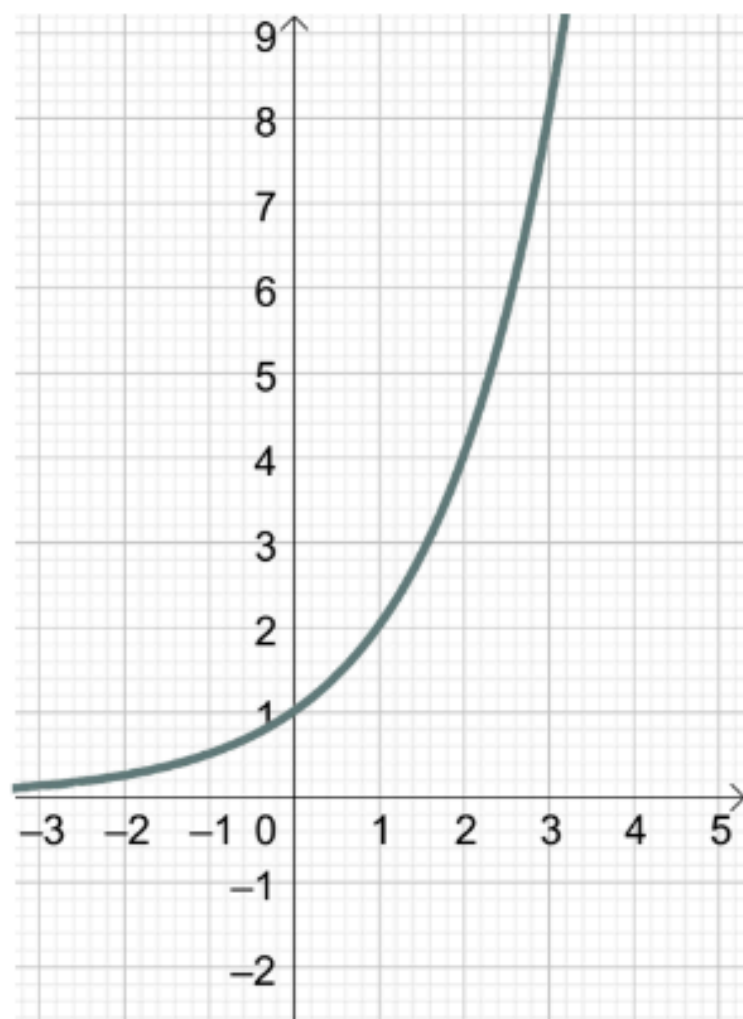
$$\left(\frac{a}{b}\right)^u = \frac{a^u}{b^u}$$

$$(a^u)^v = a^{uv}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

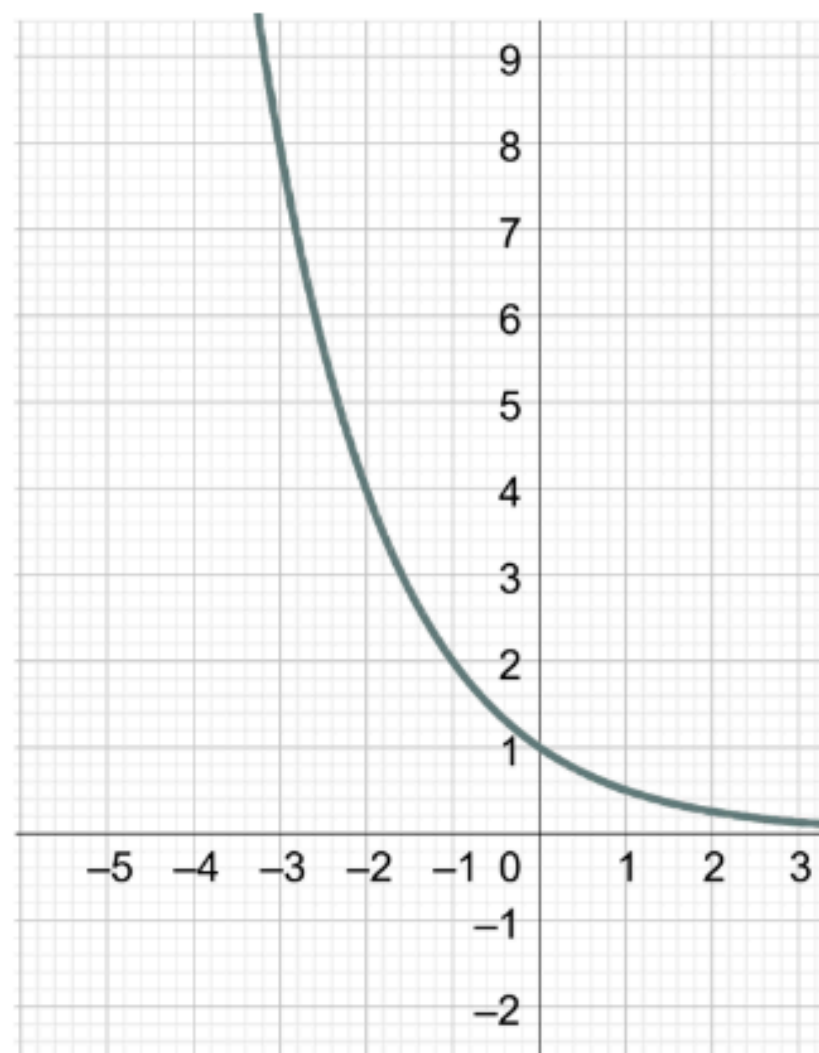


$$a > 1$$



**Зростаюча
функція**

$$0 < a < 1$$



**Спадна
функція**

Пригадай який
вигляд мають
графіки
показникових
функцій при

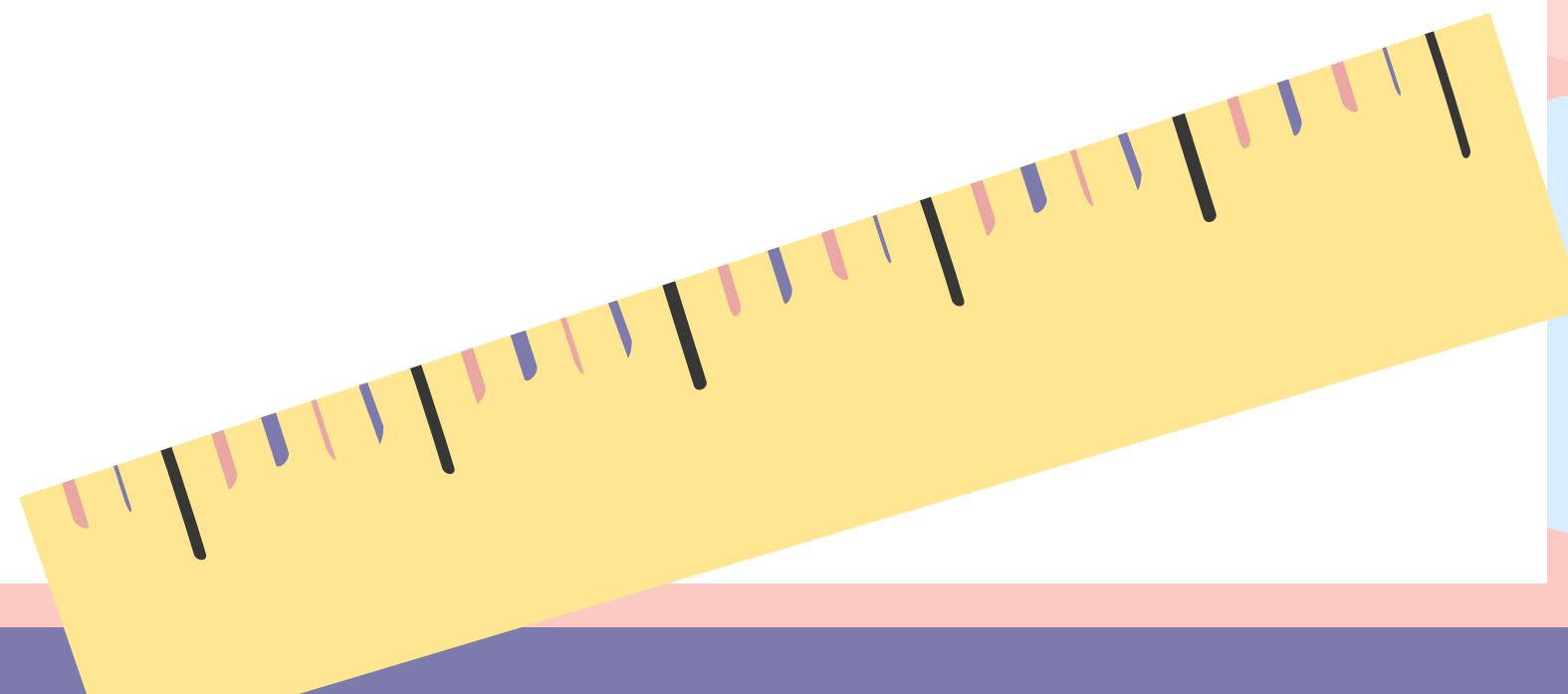
$$a > 1 \text{ і } 0 < a < 1$$



Означення. Показниковими зазвичай називаються рівняння, у яких показник степеня містить змінну, а основа цього степеня не містить змінної.


$$\begin{array}{l} 9^x = \sqrt{3} \\ 3^x + 9^x = 2 \\ 2^x \cdot 3^x = \left(\frac{1}{6}\right)^{5-2x} \end{array} \left| \right.$$

Показникові рівняння містять змінну
тільки у показнику степеня

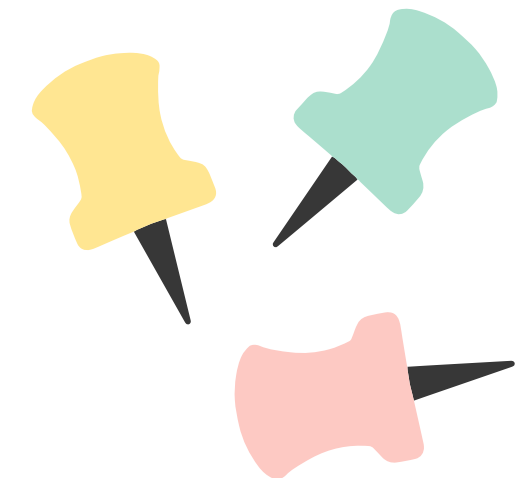
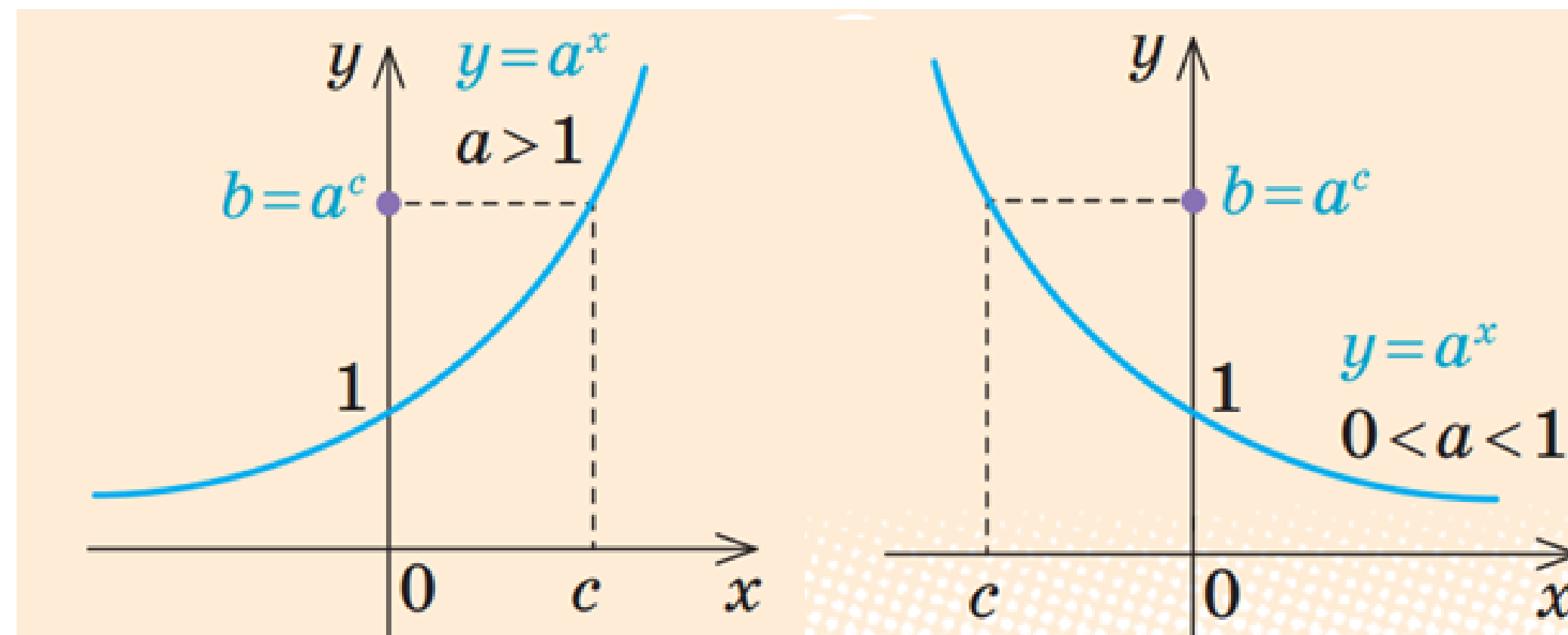


Розглянемо найпростіше показникове рівняння

$$a^x = b,$$

де $a > 0$ і $a \neq 1$. Оскільки при цих значеннях a функція $y = a^x$ строго монотонна (зростає при $a > 1$ і спадає при $0 < a < 1$), то кожного свого значення вона набуває тільки при одному значенні аргумента. Це означає, що рівняння $a^x = b$ при $b > 0$ має єдиний корінь. Щоб його знайти, достатньо подати b у вигляді $b = a^c$.

Очевидно, що $x = c$ — корінь рівняння $a^x = a^c$.





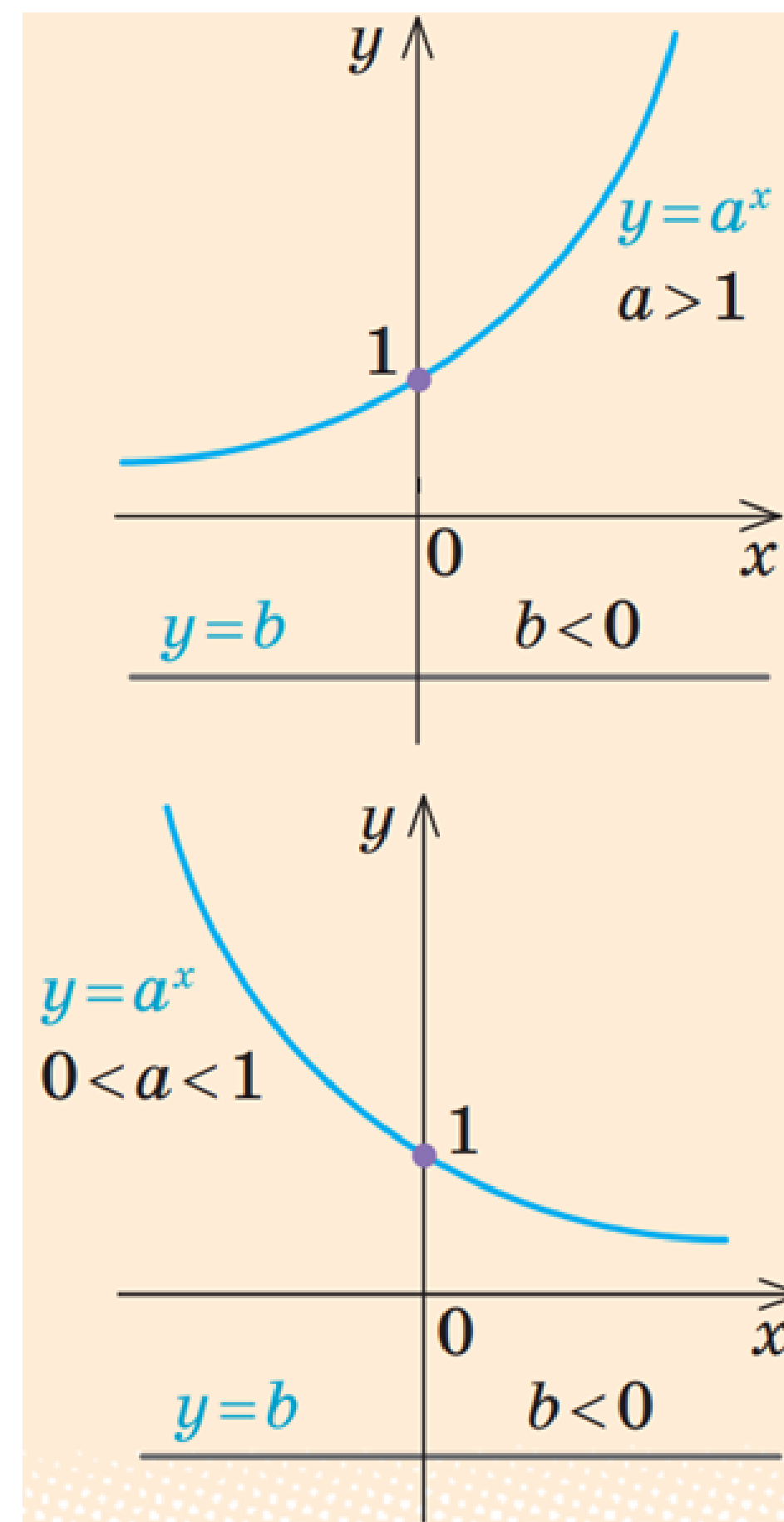
Якщо $b \leq 0$, то рівняння $a^x = b$ (при $a > 0$) коренів не має, оскільки a^x завжди більше нуля. (На графіках, наведених на рис. 2.1.2, пряма $y = b$ не перетинає графік функції $y = a^x$ при $b \leq 0$.) Наприклад, рівняння $7^x = -7$ не має коренів.

Узагальнюючи наведені вище міркування щодо розв'язування найпростіших показникових рівнянь, зазначимо, що при $a > 0$ і $a \neq 1$ рівняння

$$a^{f(x)} = a^{g(x)}$$

рівносильне рівнянню

$$f(x) = g(x).$$



ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАВДАНЬ

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння:

1) $4^x = 64$;

2) $5^x = -1$;

3) $12^{x^2-4} = 1$.

Розв'язання

1) ► $4^x = 64$; $4^x = 4^3$; $x = 3$; ■

2) ► $5^x = -1$ — коренів немає, оскільки $5^x > 0$ завжди; ■

3) ► $12^{x^2-4} = 1$; $12^{x^2-4} = 12^0$;
 $x^2 - 4 = 0$; $x = \pm 2$. ■

Коментар

При $a > 0$ завжди $a^x > 0$,
тому рівняння $5^x = -1$ не має коренів.

Інші рівняння зведемо до виду $a^{f(x)} = a^{g(x)}$
(де $a > 0$ і $a \neq 1$) і перейдемо до рівносильного рівняння $f(x) = g(x)$.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{(0,2)^{x-0,5}}{\sqrt{5}} = 5 \cdot (0,04)^{x-2};$$

Розв'язання

1) ► Задане рівняння рівносильне

рівнянням $\frac{(5^{-1})^{x-0,5}}{5^{\frac{1}{2}}} = 5 \cdot (5^{-2})^{x-2};$

$$\frac{5^{-x+0,5}}{5^{\frac{1}{2}}} = 5^1 \cdot 5^{-2x+4}; \quad 5^{-x+0,5-\frac{1}{2}} = 5^{1+(-2x+4)};$$

$$5^{-x} = 5^{5-2x}; \quad -x = 5 - 2x; \quad x = 5.$$

Відповідь: 5. ■

$$2) 2^x \cdot 3^x = \left(\frac{1}{6}\right)^{2x-3}.$$

Коментар

Ліва і права частини заданих рівнянь містять тільки добутки, частки, корені або степені. У цьому випадку для зведення рівняння до виду $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ спробуємо використати основні формули дій над степенями, щоб записати обидві частини рівняння як степені з однією основою.

2) ► Задане рівняння
рівносильне рівнянням

$$(2 \cdot 3)^x = (6^{-1})^{2x-3};$$

$$6^x = 6^{-2x+3};$$

$$x = -2x + 3;$$

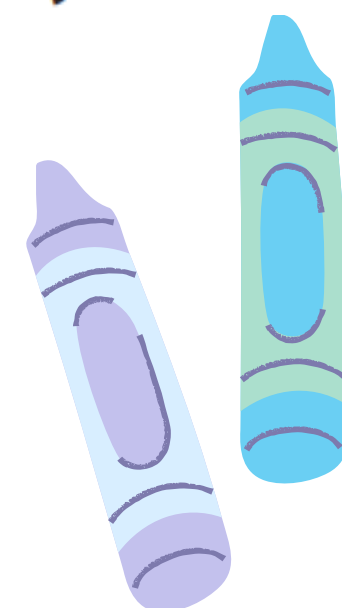
$$x = 1.$$

Відповідь: 1. ■

У першому рівнянні треба звернути увагу на те, що $0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 5^{-1}$, а $0,04 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25} = 5^{-2}$

і $\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}$. Отже, ліву і праву частини цього рівняння можна записати як степені числа 5.

Для перетворення другого рівняння пригадаємо, що всі формули можна використовувати як зліва направо, так і справа наліво, наприклад, для лівої частини цього рівняння скористаємося формулою $a^u b^u = (ab)^u$, тобто $2^x \cdot 3^x = (2 \cdot 3)^x = 6^x$.



Приклад 3. Розв'яжіть рівняння $3^{2x+2} + 5 \cdot 3^{2x-2} = 86$.

Розв'язання

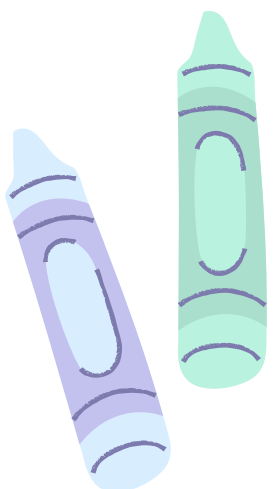
► Задане рівняння рівносильне рівнянням

$$\begin{aligned} 3^{2x-2}(3^4 + 5) &= 86; & 3^{2x-2} \cdot 86 &= 86; \\ 3^{2x-2} &= 1; & 3^{2x-2} &= 3^0; & 2x - 2 &= 0; \\ x &= 1. \end{aligned}$$

Відповідь: 1. ■

Коментар

У лівій частині рівняння всі члени містять вирази виду 3^{2x} (показники степенів відрізняються тільки вільними членами). У цьому випадку зручно винести за дужки в лівій частині рівняння найменший степінь числа 3, тобто 3^{2x-2} .



Приклад 4*. Розв'яжіть рівняння $(1+b^2)^{\sqrt{x}} = (1+b^2)^{4-\sqrt{x}}$.

Розв'язання

► ОДЗ: $x \geq 0$, $b \in \mathbf{R}$.

Розглянемо два випадки.

1) При $b = 0$ одержуємо рівняння $1^{\sqrt{x}} = 1^{4-\sqrt{x}}$, корені якого — усі дійсні числа, що входять до ОДЗ, тобто $x \geq 0$.

2) При $b \neq 0$ $1+b^2 \neq 1$, і тоді задане рівняння рівносильне рівнянню $\sqrt{x} = 4 - \sqrt{x}$.

Звідси $\sqrt{x} = 2$, тоді $x = 4$.

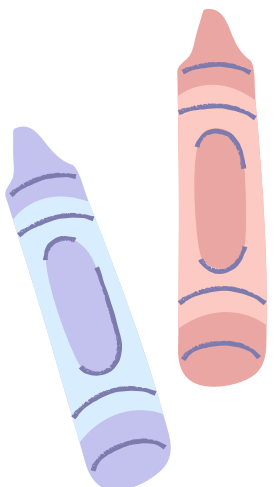
Відповідь: 1) при $b = 0$ $x \in [0; +\infty)$;
2) при $b \neq 0$ $x = 4$. ■

Коментар

У заданому рівнянні x — змінна, b — буквений коефіцієнт (параметр). Проаналізувавши основу степенів у цьому рівнянні, робимо висновок, що при будь-яких значеннях b основа $1+b^2 \geq 1$. Функція $y = a^x$ при $a > 1$ є зростаючою, а при $a = 1$ — сталою (див. графіки функції $y = a^x$, наведені у табл. 2).

Основа $1+b^2$ при $b = 0$ дорівнює 1, а при всіх інших значеннях b — більша за 1.

Розглянемо кожний із цих випадків окремо: $b = 0$ і $b \neq 0$.



РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПОКАЗНИКОВИХ РІВНЯНЬ, ЯКІ ЗВОДЯТЬСЯ ДО НАЙПРОСТІШИХ

Схема пошуку плану розв'язування показникових рівнянь

Орієнтир	Приклад
1) Позбуваємося числових доданків у показниках степенів (використовуємо справа наліво основні формули дій над степенями, наведені в табл. 2).	$4^{x+1} - 3 \cdot 2^x - 10 = 0.$ ► $4^x \cdot 4^1 - 3 \cdot 2^x - 10 = 0.$ Ураховуючи, що $4^x = 2^{2x}$, зводимо степені до однієї основи 2: $4 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 2^x - 10 = 0.$
2) Якщо можливо, зводимо всі степені (зі змінною в показнику) до однієї основи і виконуємо заміну змінної.	Виконавши заміну $2^x = t$, отримаємо рівняння $4t^2 - 3t - 10 = 0$; $t_1 = 2$, $t_2 = -\frac{5}{4}$. У результаті оберненої заміни маємо: $2^x = 2$, тобто $x = 1$, або $2^x = -\frac{5}{4}$ — коренів немає. Відповідь: 1. ■

3) Якщо не можна звести всі степені до однієї основи, то пробуємо звести їх **до двох основ так, щоб одержати однорідне рівняння** (усі члени якого мають однаковий сумарний степінь і яке розв'язується почленним діленням обох частин рівняння на найбільший степінь однієї з двох одержаних основ).

$$4^x + 3 \cdot 6^x - 4 \cdot 9^x = 0.$$

► Зведемо всі степені до двох основ 2 і 3:

$$2^{2x} + 3 \cdot 2^x \cdot 3^x - 4 \cdot 3^{2x} = 0.$$

Маємо однорідне рівняння (сумарний степінь всіх членів однаковий — $2x$). Для його розв'язування поділимо обидві частини на $3^{2x} \neq 0$:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + 3\left(\frac{2}{3}\right)^x - 4 = 0.$$

Виконаємо заміну $\left(\frac{2}{3}\right)^x = t$, одержимо:

$$t^2 + 3t - 4 = 0; t_1 = 1, t_2 = -4.$$

У результаті оберненої заміни маємо: $\left(\frac{2}{3}\right)^x = -4$ — коренів немає, або $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1$, тоді $x = 0$.

Відповідь: 0. ■



Запам'ятай

1. Основні формули та співвідношення

$$a^u \cdot a^v = a^{u+v}$$

$$(ab)^u = a^u \cdot b^u$$

$$\frac{a^u}{a^v} = a^{u-v}$$

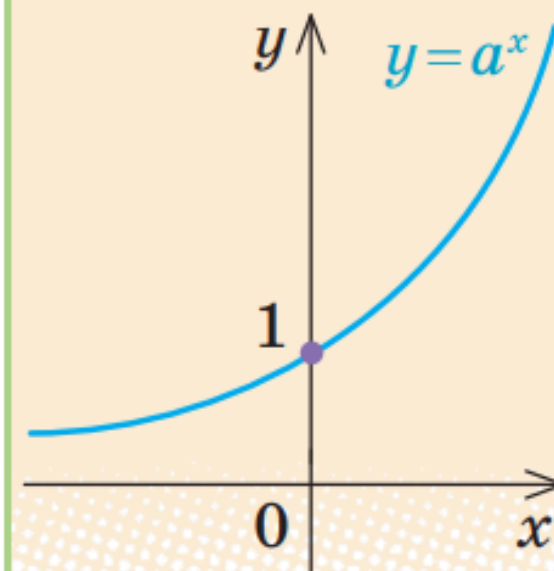
$$\left(\frac{a}{b}\right)^u = \frac{a^u}{b^u}$$

$$(a^u)^v = a^{uv}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

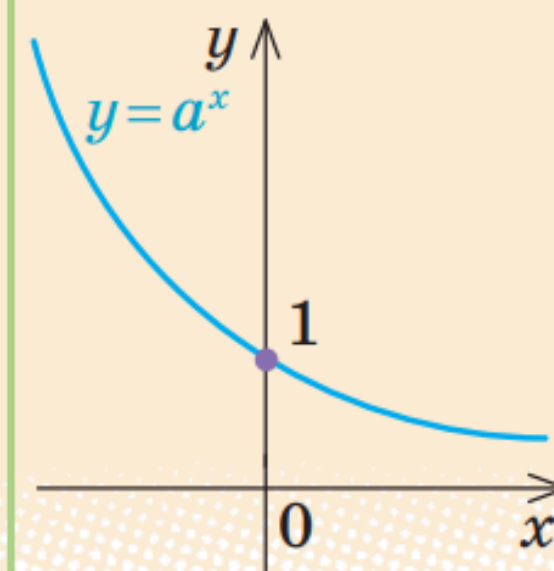
Графік функції $y = a^x$ ($a > 0$)

$a > 1$



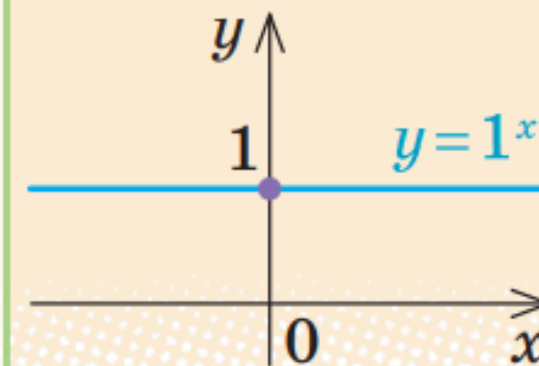
зростає

$0 < a < 1$

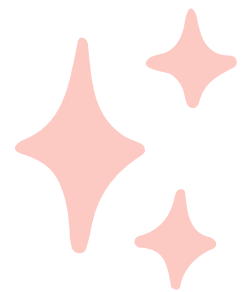


спадає

$a = 1$



стала



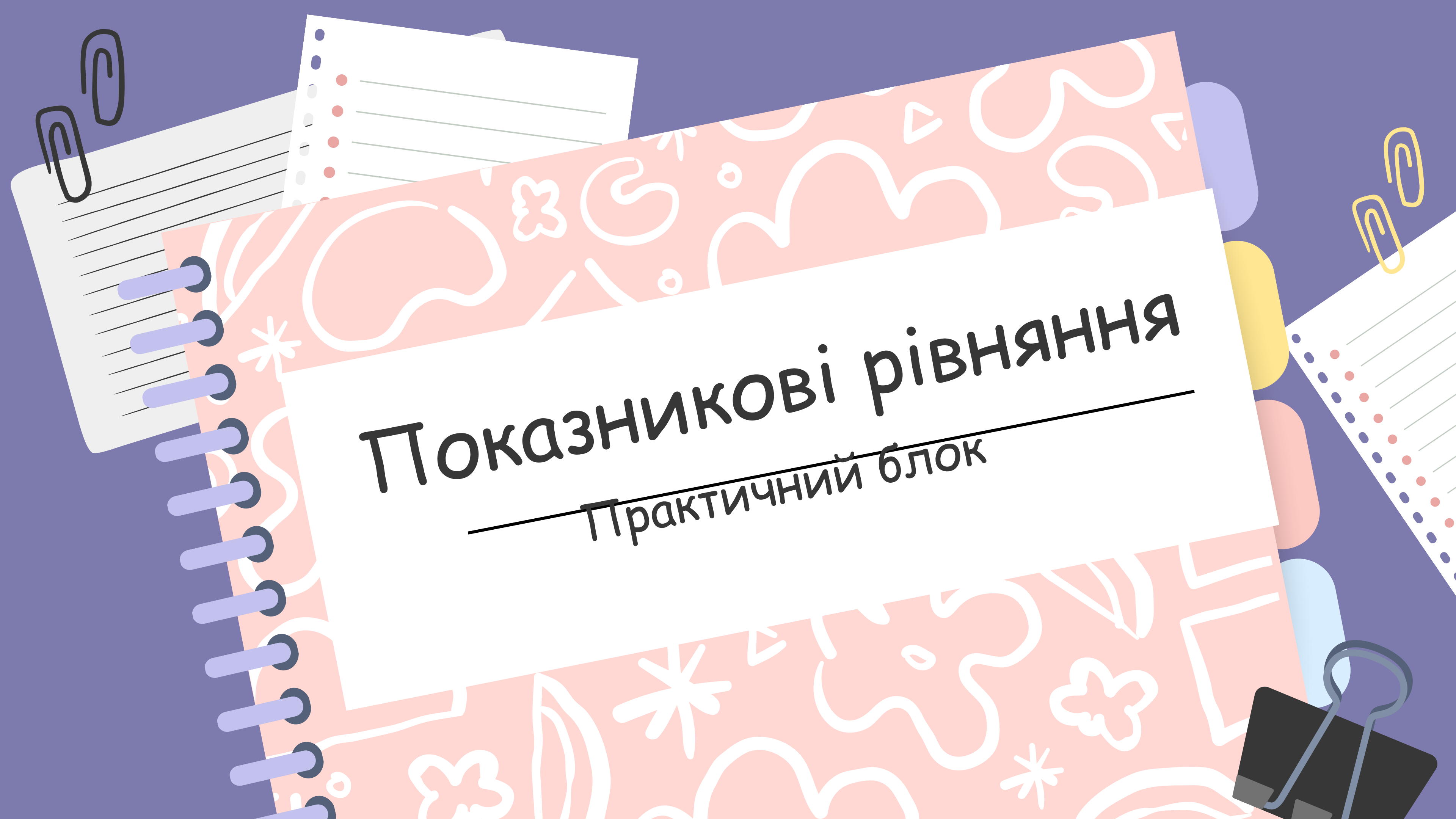
Запам'ятай



2. Схема рівносильних перетворень найпростіших показникових рівнянь

Орієнтир	Приклад	
При $a > 0$ і $a \neq 1$ $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$	$3^{2x+4} = 9.$ ▶ $3^{2x+4} = 3^2;$ $2x + 4 = 2;$ $x = -1.$ Відповідь: $-1.$ ■	$6^{x+3} = -36.$ ▶ Коренів немає, оскільки $6^t > 0$ для всіх $t.$ Відповідь: коренів немає. ■





Показникові рівняння

Практичний блок

I рівень

1. Розв'язання рівнянь зведенням до спільної основи

Формули, які я використовую

$$1) 10^x = \sqrt[3]{10^2}$$

$$10^{\mathbf{x}} = 10^{\mathbf{\frac{2}{3}}}$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{\frac{2}{3}}$$

Відповідь: $\frac{2}{3}$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

I рівень

$$2) \left(\frac{1}{27}\right)^x = 3$$

$$3^{-3x} = 3$$

$$-3x = 1$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

Відповідь:- $\frac{1}{3}$



$$\left(\frac{1}{a}\right)^n = a^{-n}$$

$$3 = 3^1$$



I рівень

$$3) 7^x = \frac{1}{\sqrt{7}}$$

$$7^x = 7^{-\frac{1}{2}}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Відповідь:- $\frac{1}{2}$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^n = a^{-n}$$

$$4) 6^x = 0 \text{ Рівняння не має розв'язку}$$

$$5) 5^x = -5 \text{ Рівняння не має розв'язку}$$

II рівень

$$1) 2^{\sqrt{3x^2 - 12x + 13}} = \frac{1}{4^x}$$

$$2^{\sqrt{3x^2 - 12x + 13}} = 2^{-2x}$$

$$\sqrt{3x^2 - 12x + 13} = -2x$$

$$3x^2 - 12x + 13 = 4x^2$$

$$3x^2 - 4x^2 - 12x + 13 = 0$$

$$-x^2 - 12x + 13 = 0$$

$$x^2 + 12x - 13 = 0$$

$$x_1 = -13, x_2 = 1 (\text{сторонній корінь})$$

Відповідь: -13

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^n = a^{-n}$$

Маємо ірраціональне рівняння

Рівняння має зміст при $x \leq 0$

За теоремою, оберненою до

$$\text{т. Вієта: } x_1 x_2 = -13,$$

$$x_1 + x_2 = -12$$

II рівень

$$2) \left(\frac{4}{5}\right)^x \left(\frac{35}{12}\right)^x = \frac{9}{49}$$

$$\left(\frac{4}{5} \times \frac{35}{12}\right)^x = \left(\frac{3}{7}\right)^2$$

$$\left(\frac{7}{3}\right)^x = \left(\frac{3}{7}\right)^2$$

$$\left(\frac{7}{3}\right)^x = \left(\frac{7}{3}\right)^{-2}$$

$$x = -2$$

Відповідь: - 2

$$(a)^x (b)^x = (a b)^x$$

Скорочуємо вираз в дужках

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$$

II рівень

$$3) 11^{5x-2x^2} = 3^{5x-2x^2}$$

$$5x - 2x^2 = 0$$

$$x(5-2x) = 0$$

$$x=0 \quad 5-2x=0$$

$$2x = 5$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 2,5$$

Відповідь: 0; 2,5

$$(a)^0 = 1$$

Рівняння має розв'язок тільки за
умови: показник дорівнює 0



III рівень



$$1) 8^{1+x^2} - 8^{1-x^2} = 63$$

$$8 \cdot 8^{x^2} - \frac{8}{8^{x^2}} = 63 \quad | \cdot 8^{x^2}$$

$$8 \cdot 8^{2x^2} - 63 \cdot 8^{x^2} - 8 = 0$$

$$\text{Заміна: } 8^{x^2} = t, t > 0$$

$$8t^2 - 63t - 8 = 0$$

$$D = 3969 - 4 \cdot 8 \cdot (-8) = 4225$$

$$t_1 = \frac{63+65}{2 \cdot 8} = \frac{128}{16} = 8$$

$$t_2 = \frac{63-65}{16} = -\frac{1}{8} < 0, \text{ сторонній корінь}$$

$$8^{x^2} = 8$$

$$8^{x^2} = 8^1$$

$$x^2 = 1$$

$$x_1 = -1, x_2 = 1$$

$$\text{Відповідь: } x_1 = -1, x_2 = 1$$

$$2) 2 \cdot 5^{2x} - 7 \cdot 5^x \cdot 2^x + 5 \cdot 2^{2x} = 0$$

$$2 \cdot 5^{2x} - 7 \cdot 5^x \cdot 2^x + 5 \cdot 2^{2x} = 0 \quad | : 5^{2x}$$

$$2 - 7 \cdot \frac{2^x}{5^x} + 5 \cdot \frac{2^{2x}}{5^{2x}} = 0$$

$$5 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{2x} - 7 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x + 2 = 0$$

$$\text{Заміна: } \left(\frac{2}{5}\right)^x = t, t > 0$$

$$5t^2 - 7t + 2 = 0$$

$$D = 49 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = 9$$

$$t_1 = \frac{7+3}{2 \cdot 5} = 1; \quad t_2 = \frac{7-3}{2 \cdot 5} = \frac{2}{5}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x = 1 \quad \text{або} \quad \left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{2}{5}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x = \left(\frac{2}{5}\right)^0 \quad \text{або} \quad \left(\frac{2}{5}\right)^x = \left(\frac{2}{5}\right)^1$$

$$x_1 = 0 \quad \text{або} \quad x_2 = 1$$

$$\text{Відповідь: } x_1 = 0 \quad \text{або} \quad x_2 = 1$$

III рівень

$$3) 0,2^{3-2x} + 5 * 0,04^{1-x} = 130$$

$$0,2^{3-2x} + 5 * 0,2^{2*(1-x)} = 130$$

$$0,2^{3-2x} + 5 * 0,2^{2-2x} = 130$$

$$\frac{0,2^3}{0,2^{2x}} + 5 * \frac{0,2^2}{0,2^{2x}} = 130 \quad | * 0,2^{2x}$$

$$0,008 + 5 * 0,04 = 130 * 0,2^{2x}$$

$$0,208 = 130 * 0,2^{2x}$$

$$0,0016 = 0,2^{2x}$$

$$0,2^4 = 0,2^{2x}$$

$$4 = 2x$$

$$x = 2$$

Відповідь: $x=2$

IV рівень

$$1) 9^x - 2 \cdot 4^x + 6^x = 0$$

$$3^{2x} - 2 \cdot 2^{2x} + (2 \cdot 3)^x = 0 \quad |:3^{2x}$$

$$1 - 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{2}{3}\right)^x = 0$$

$$\text{Заміна: } \left(\frac{2}{3}\right)^x = t, t > 0$$

$$1 - 2t^2 + t = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot (-2) \cdot 1 = 9$$

$$t_1 = \frac{-1+3}{2 \cdot (-2)} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2} < 0, \text{ сторонній корінь}$$

$$t_2 = \frac{-1-3}{2 \cdot (-2)} = \frac{-4}{-4} = 1$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^0$$

$$x = 0$$

Відповідь: $x = 0$

IV рівень

$$2) 2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 6^{x-1} + 6^x$$

$$\frac{2^x}{2} + 2^x + 2^x * 2 = \frac{6^x}{6} + 6^x$$

$$2^x * \left(\frac{1}{2} + 1 + 2\right) = 6^x * \left(\frac{1}{6} + 1\right)$$

$$2^x * 3\frac{1}{2} = 6^x * 1\frac{1}{6} \quad |: (6^x * \frac{7}{6})$$

$$\left(\frac{2}{6}\right)^x * \frac{7*6}{2*7} = 1$$

$$\left(\frac{2}{6}\right)^x * 3 = 1 \quad |: 3$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{1}{3}$$

$$x = 1$$

Відповідь: $x=1$

$$3) 9^{x+0,5} - 2^{x+1} = 2^{x+4} - 3^{2x}$$

$$3^{2x+1} - 2^{x+1} = 2^{x+4} - 3^{2x}$$

$$3^{2x} * 3 - 2^x * 2 = 2^x * 16 - 3^{2x}$$

$$3 * 3^{2x} + 3^{2x} = 16 * 2^x + 2 * 2^x$$

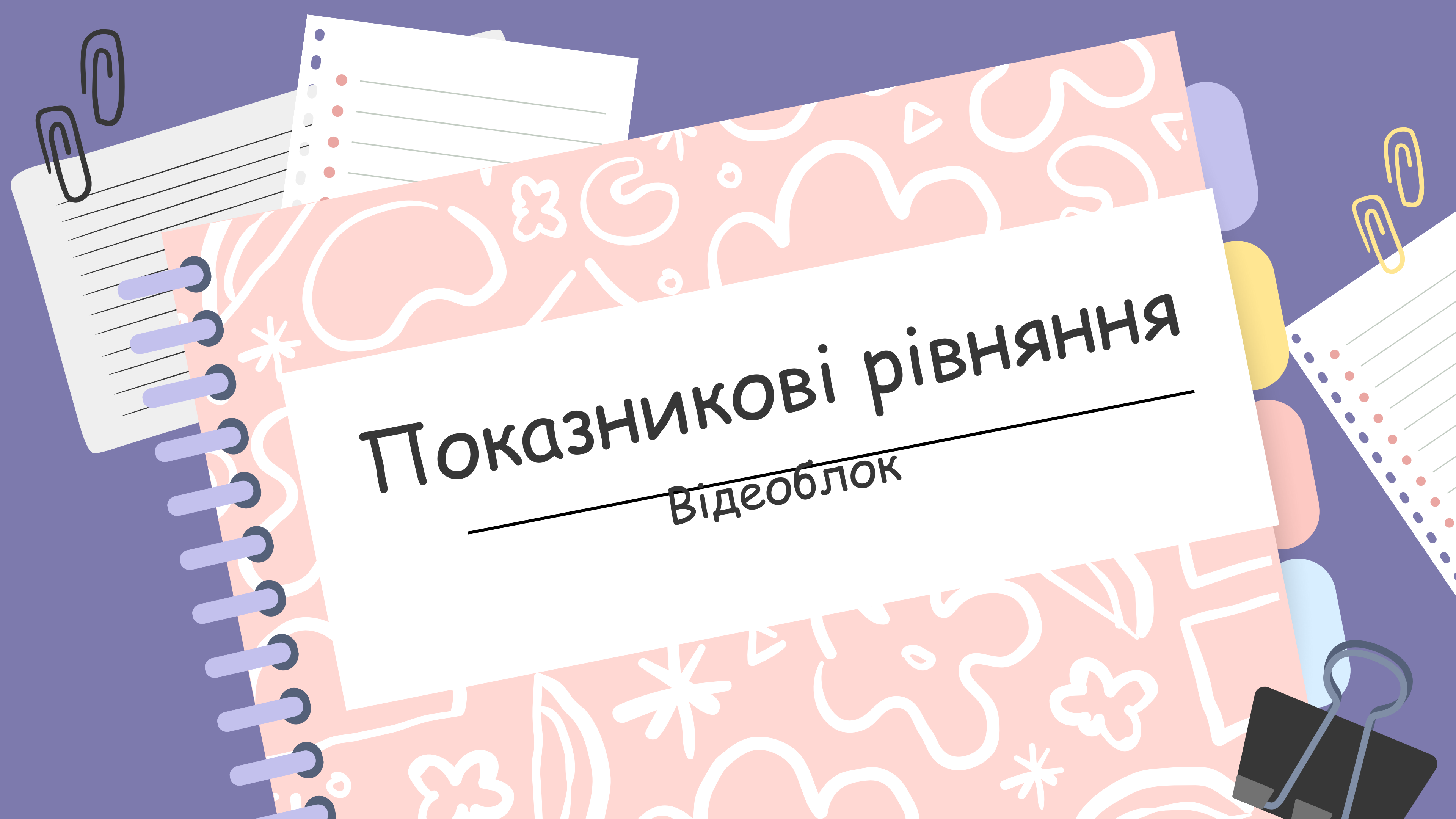
$$4 * 3^{2x} = 18 * 2^x \quad |:(18 * 2^x)$$

$$\frac{2}{9} * \left(\frac{9}{2}\right)^x = 1$$

$$\left(\frac{9}{2}\right)^x = \left(\frac{9}{2}\right)^1$$

$$x = 1$$

Відповідь: $x = 1$



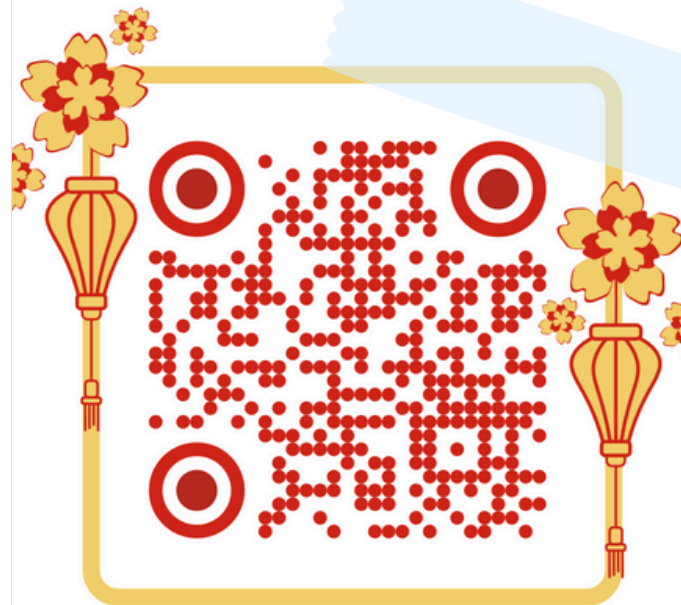
Показникові рівняння

Відеоблок

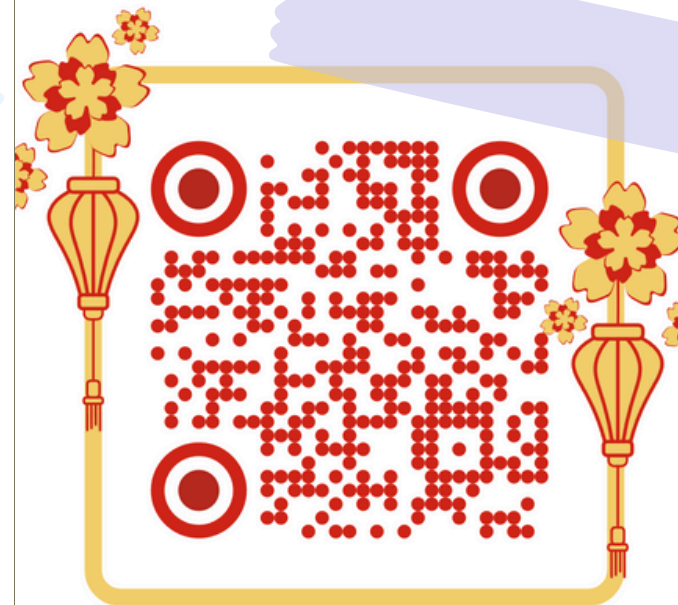
Скористайтесь порадами з відеорозбору завдань



Найпростіші
показникові
рівняння. Частина 1



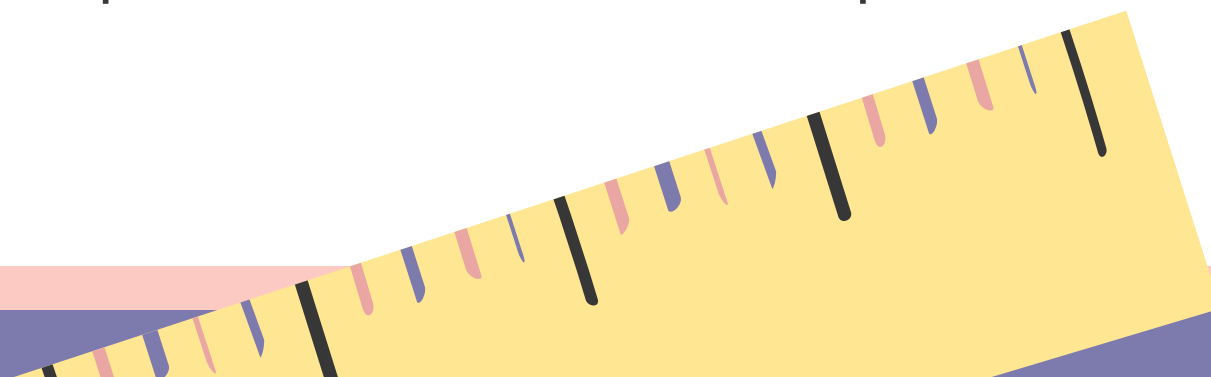
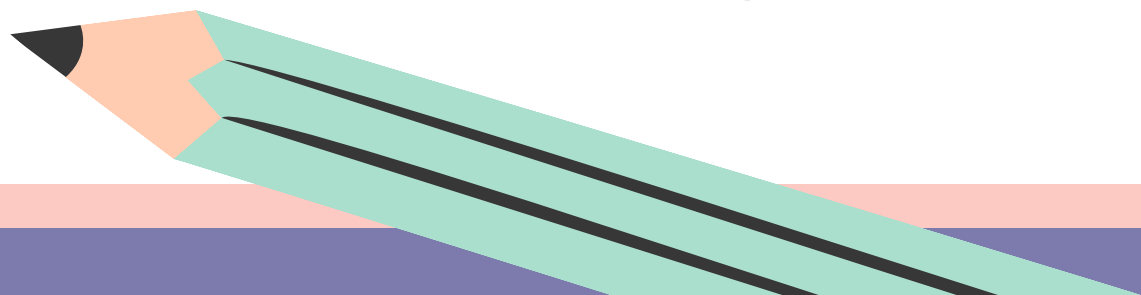
Найпростіші
показникові
рівняння. Частина 2



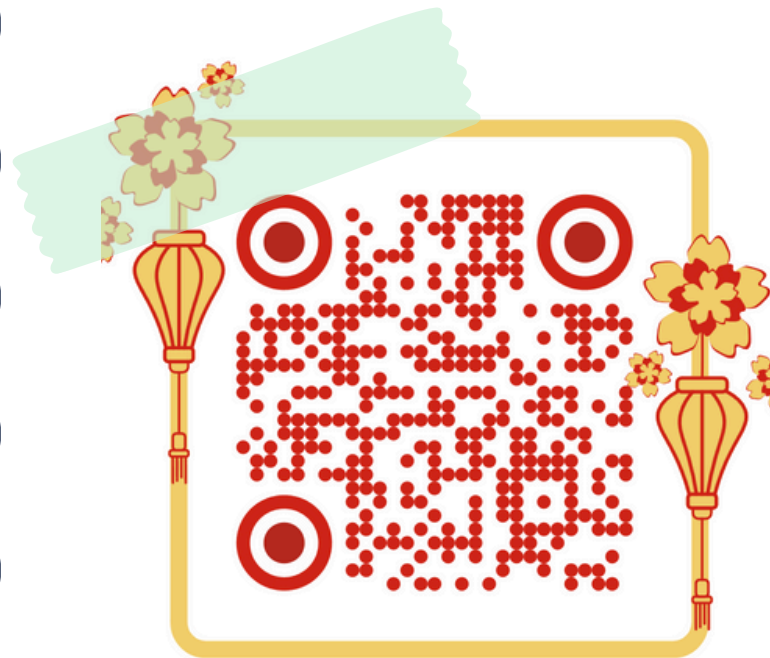
Показникові
рівняння



Показникові
рівняння



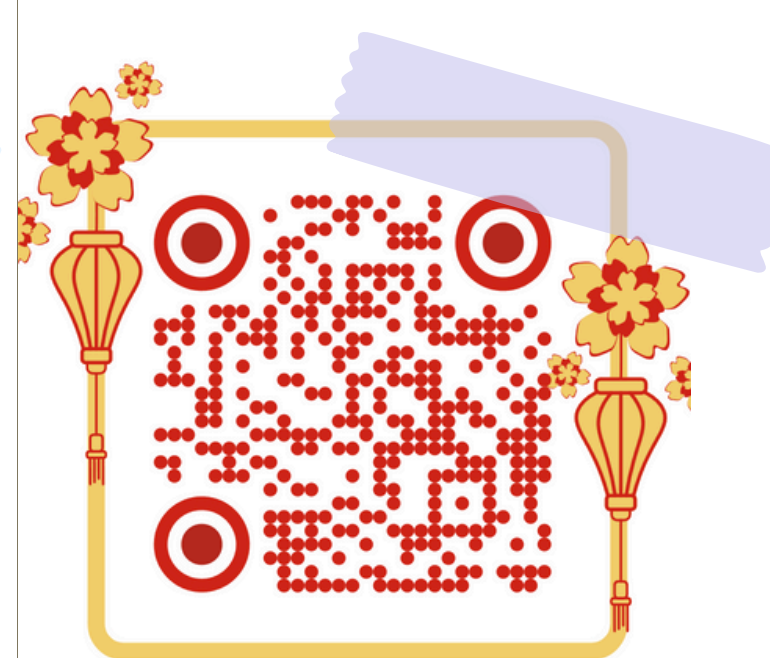
Скористайтесь порадами з відеорозбору завдань



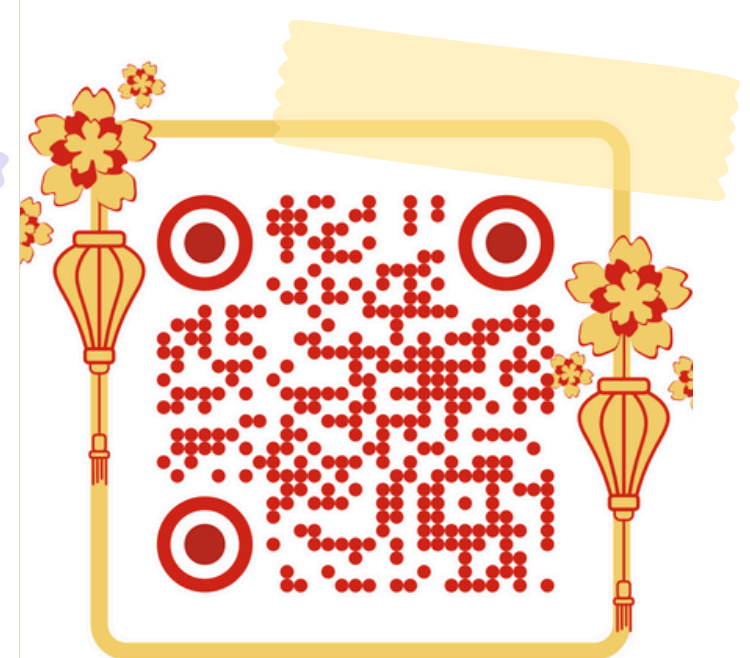
Рівняння.
Підготовка до ЗНО



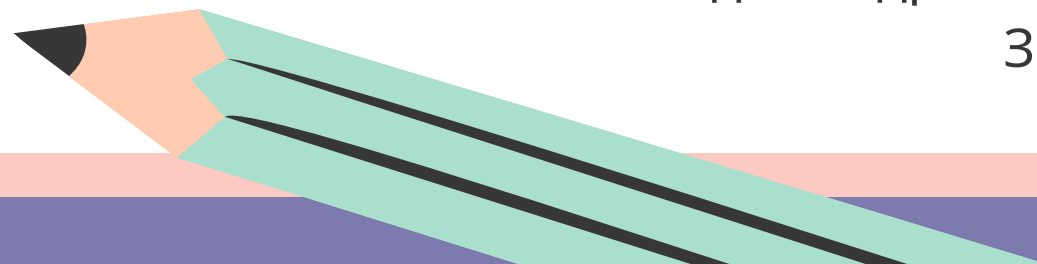
Показникові рівняння.
Винесення спільного
множника за дужки, Зведення
до квадратного рівняння –
ЗНО



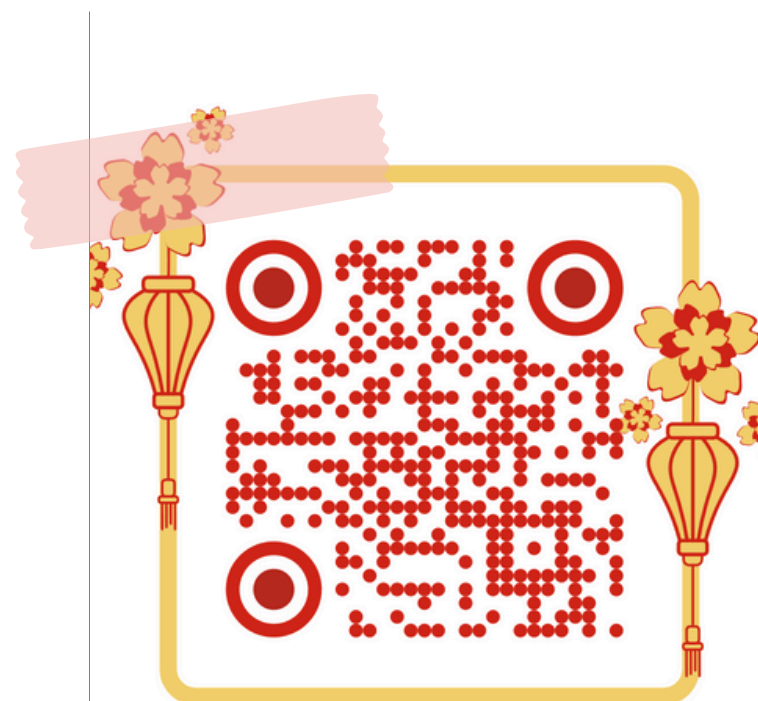
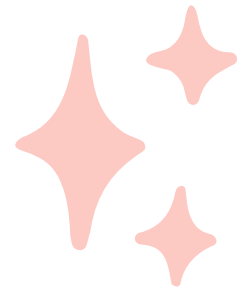
Показникові
рівняння з
параметром.
Готуємося до НМТ



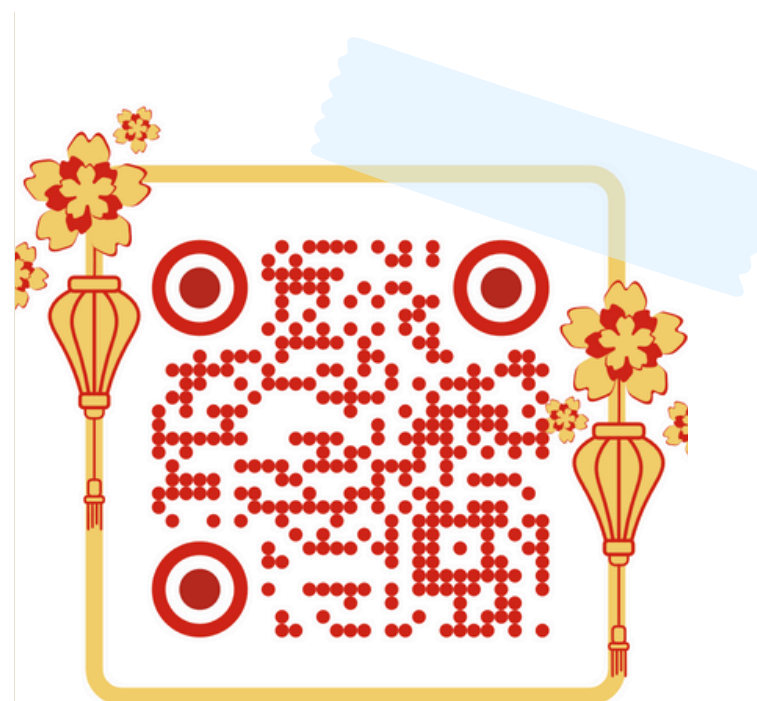
Показникові рівняння,
що зводяться до
квадратних



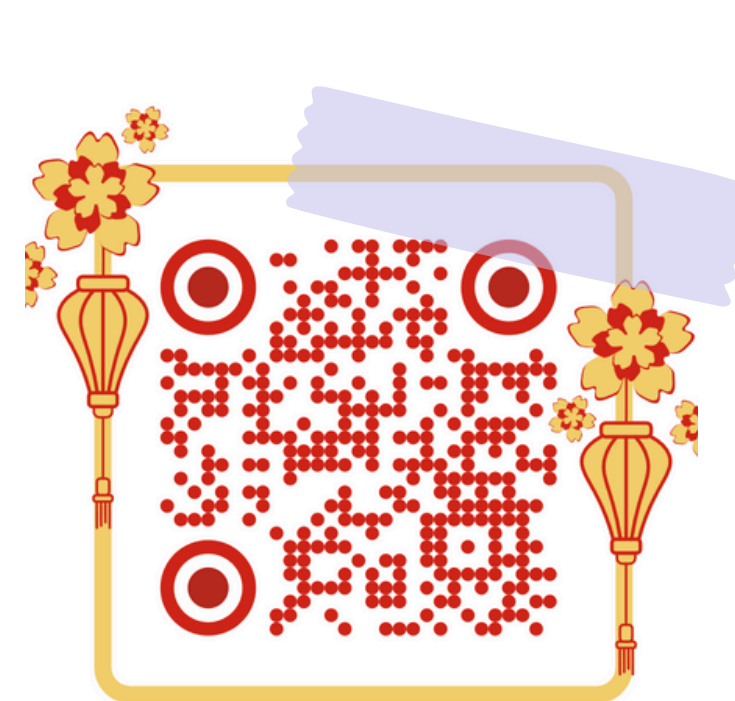
Скористайтесь порадами з відеорозбору завдань



Показникові
рівняння



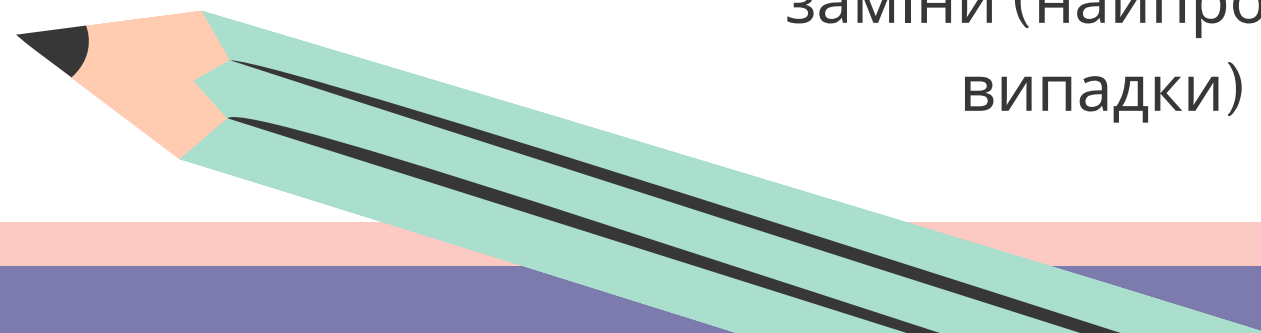
Показникові
рівняння і метод
заміни (найпростіші
випадки)

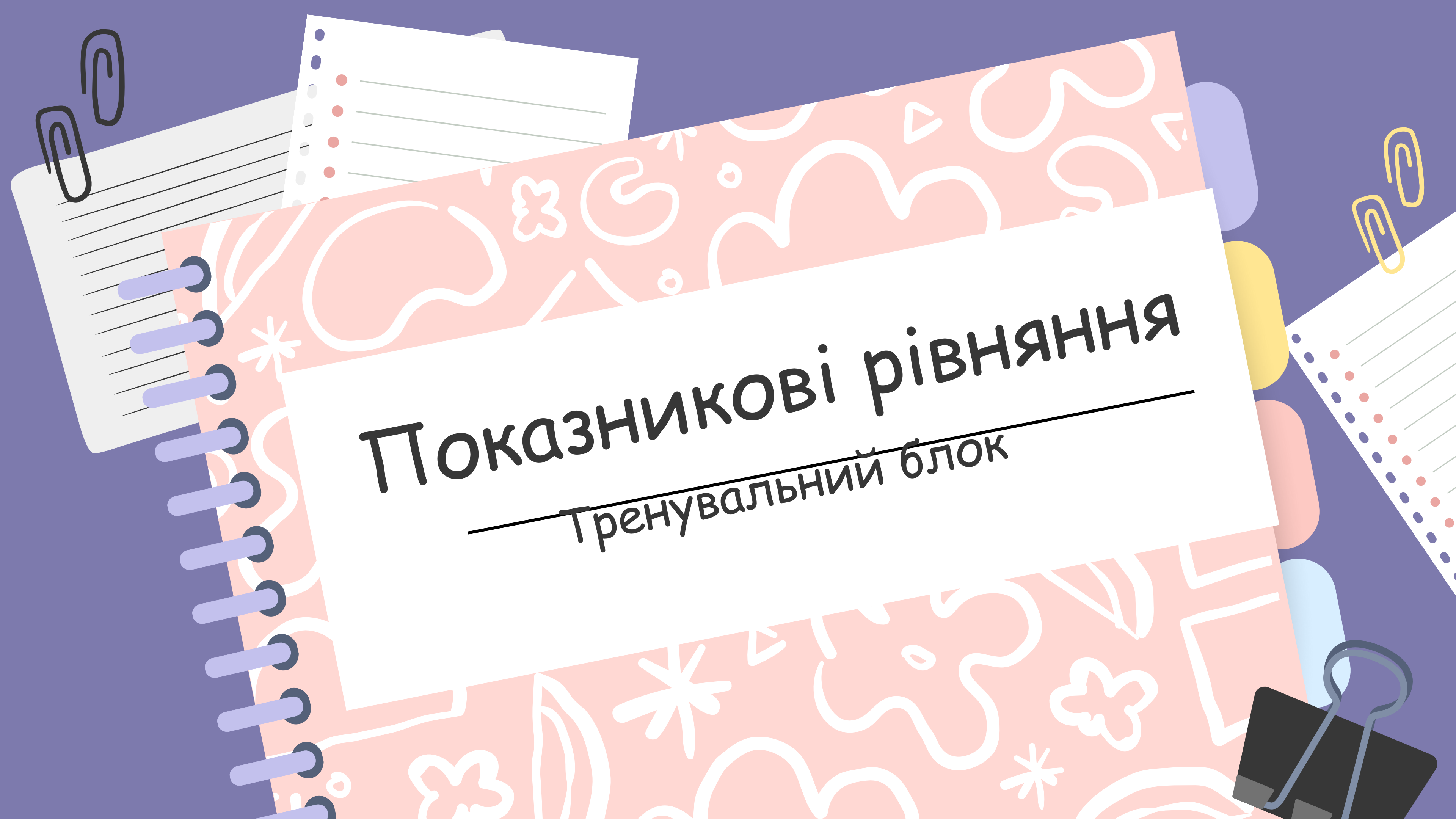


Показникові
рівняння та
нерівності (метод
заміни змінної)



Показникові рівняння,
які зводяться до
степеня з однаковою
основою





Показникові рівняння

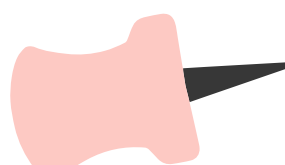
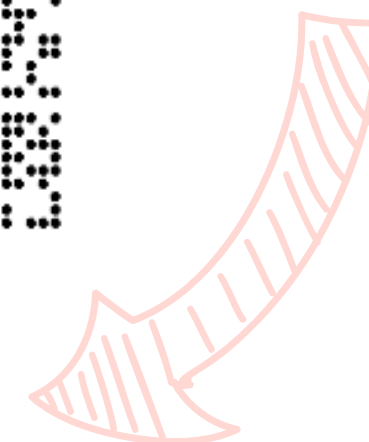
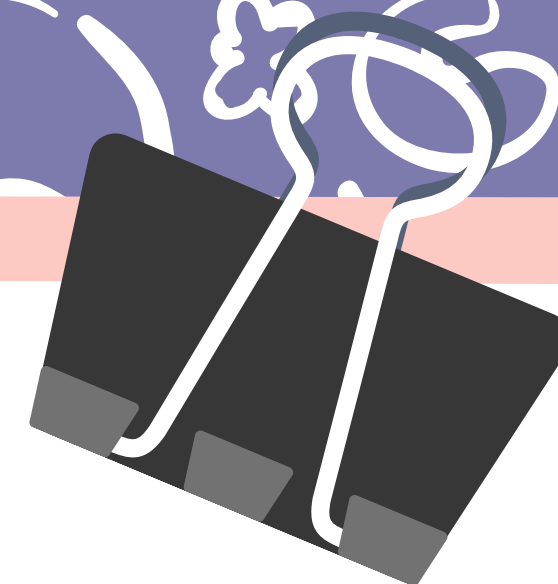
Тренувальний блок

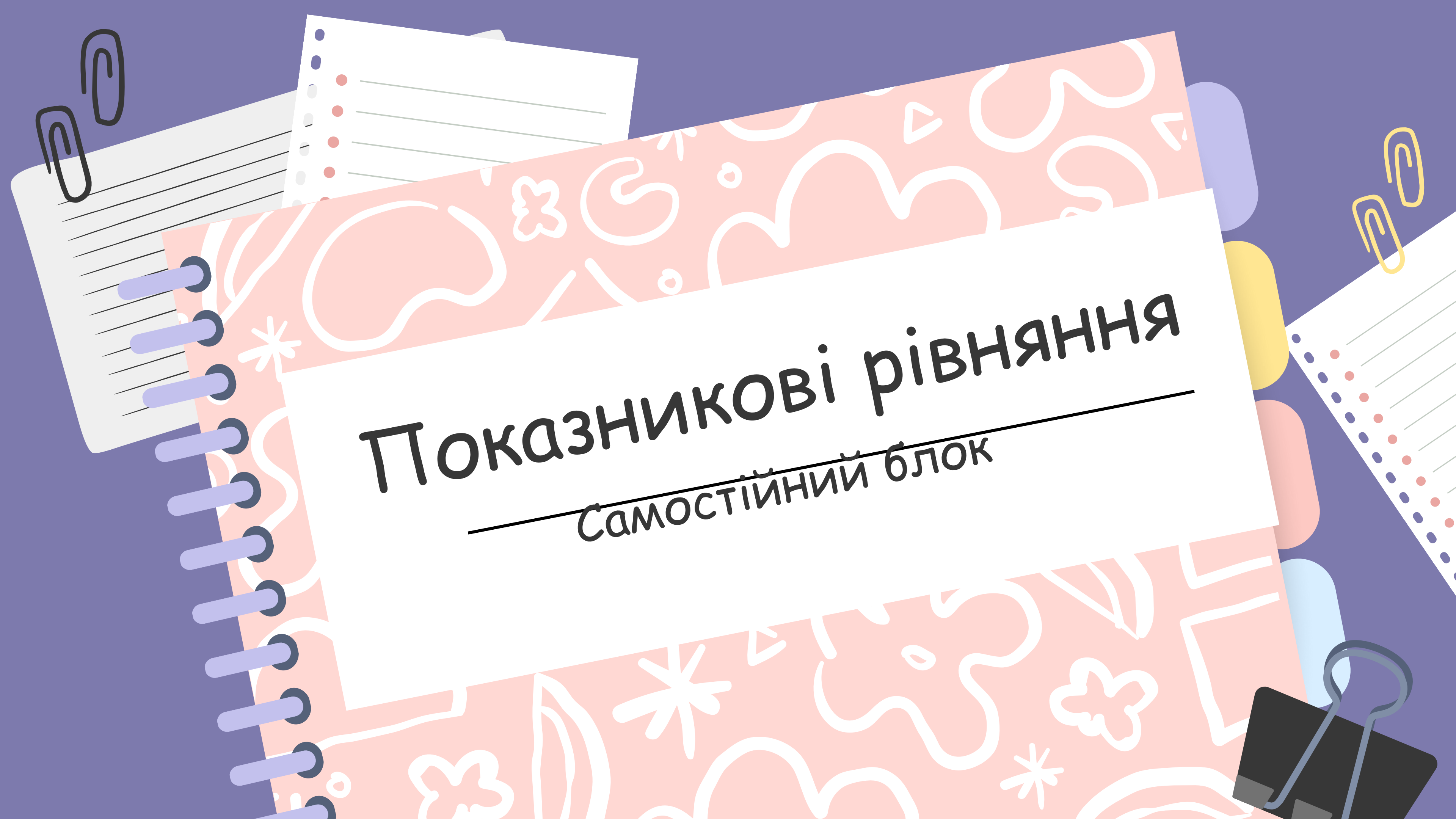


ТРЕНУВАЛЬНИЙ БЛОК



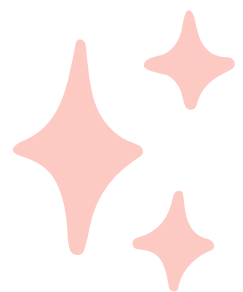
Запрошуємо вас скористатися
онлайн - тренажерами для
ефективної підготовки до НМТ з
математики, тренуйтеся та
впевнено йдіть до мети!



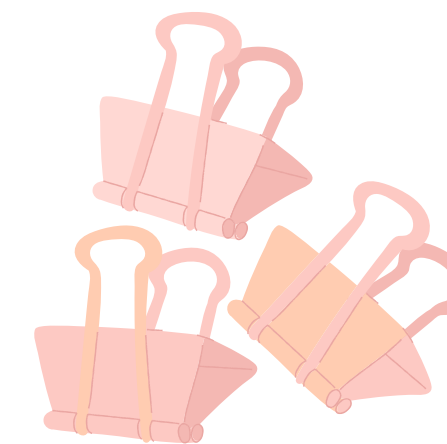


Показникові рівняння

Самостійний блок



Завдання для самостійної роботи



Завдання I рівня

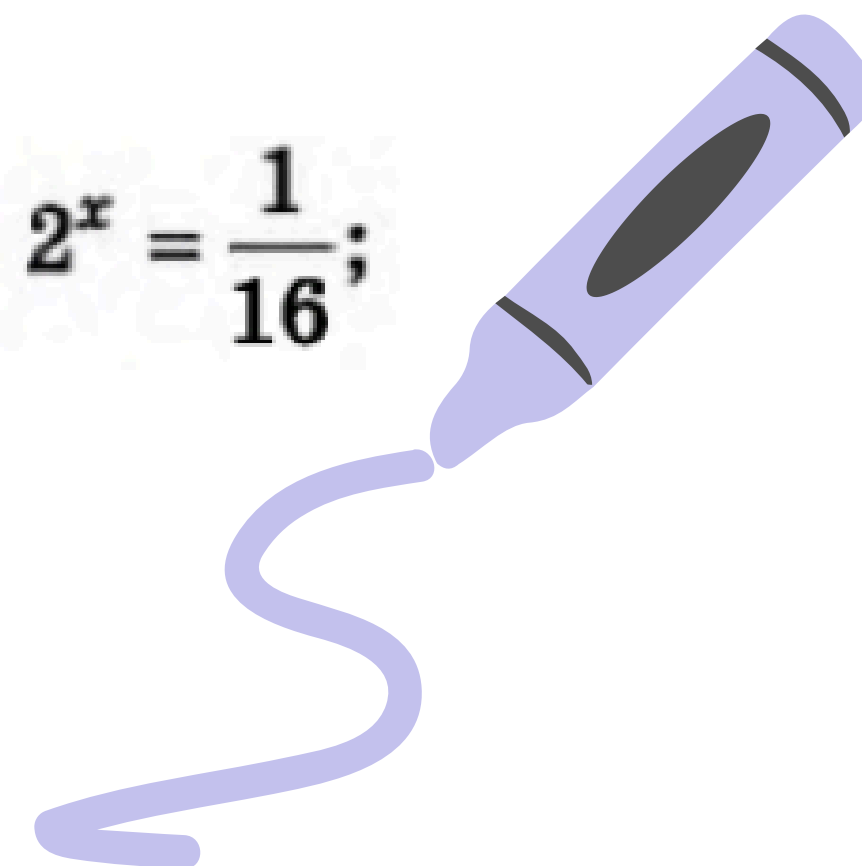
Розв'яжи рівняння:

1) $5^x = 5$; 2) $7^x = 49$; 3) $9^x = -9$; 4) $4^x = 64$;

5) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{1}{27}$; 6) $\left(\frac{1}{8}\right)^x = 0$; 7) $2^{x+1} = 16$; 8) $6^{x-1} = 6$;

9) $7^{x+3} = 7^{2x}$; 10) $8^x = 8^{2x-5}$; 11) $\left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{25}{16}$; 12) $2^x = \frac{1}{16}$;

13) $7^{x^2} = 49$; 14) $5^x = \sqrt{5}$; 15) $7^{x^2-x-2} = 1$.



Перевір себе

Завдання I рівня

1)	1	6)	коренів немає	11)	-2
2)	2	7)	3	12)	-4
3)	коренів немає	8)	2	13)	$-\sqrt{2} ; \sqrt{2}$
4)	3	9)	3	14)	0,5
5)	3	10)	5	15)	-1; 2

Завдання II рівня

Розв'яжи рівняння:

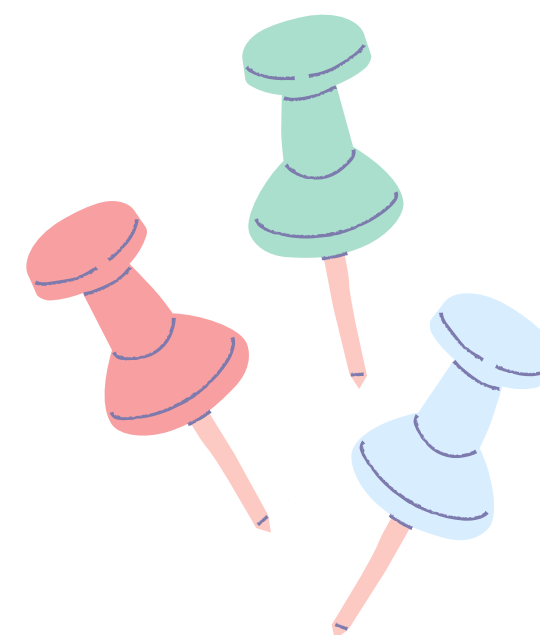
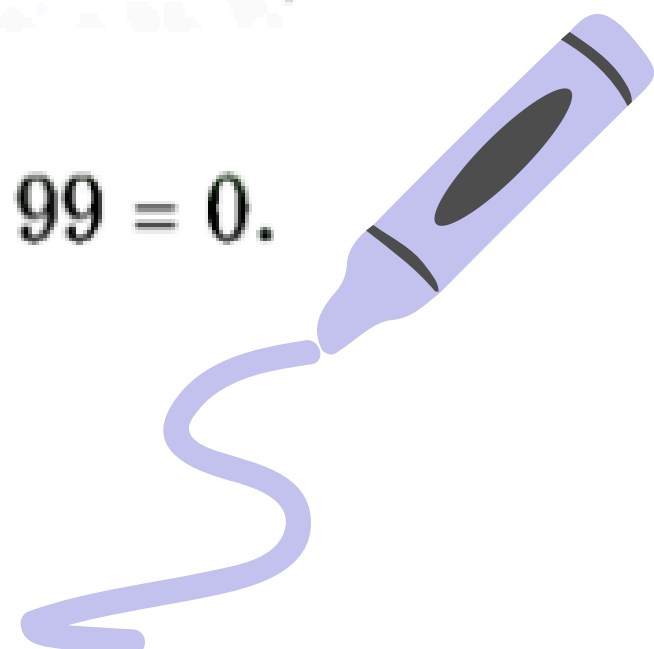
1) $2^x = 5^x$; 2) $3^{x-1} = 7^{x-1}$; 3) $3^x = \sqrt[5]{9}$; 4) $\left(\frac{2}{5}\right)^x = 2,5$;

5) $\left(\frac{1}{8}\right)^{x^2-2x} = \left(\frac{1}{8}\right)^{2-3x}$; 6) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} = 27$; 7) $3,5^{x-2} = \left(\frac{2}{7}\right)^{x+1}$; 8) $(\sqrt{3})^{x-3} = 9^x$;

9) $2^{x+2} + 2^x = 10$; 10) $5^{x-1} + 5^{x+1} = 130$. 11) $(4^{x+3})^{x-2} = 1$; 12) $9^{-x} = 81$;

13) $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^x = \frac{9}{4}$ 14) $2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$; 15) $9^x + 2 \cdot 3^x - 99 = 0$.

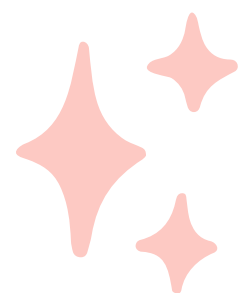
123



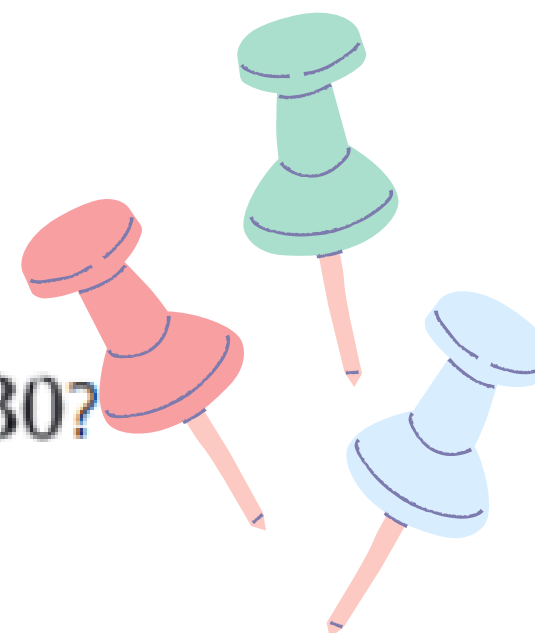
Перевір себе

Завдання II рівня

1)	0	6)	-1	11)	-3; 2
2)	1	7)	0,5	12)	-2
3)	0; 4	8)	1	13)	1
4)	-1	9)	1	14)	0; 1
5)	-2; 1	10)	2	15)	2



Завдання III рівня



1) Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $3^x = 30$?

А. (1; 2) Б. (2; 3) В. (3; 4) Г. (4; 5) Д. (5; 11)

2) Вкажи кількість коренів рівняння $3^{2x^2} - 12 \cdot 3^{x^2} + 27 = 0$.

А. жодного Б. один В. два Г. три Д. чотири

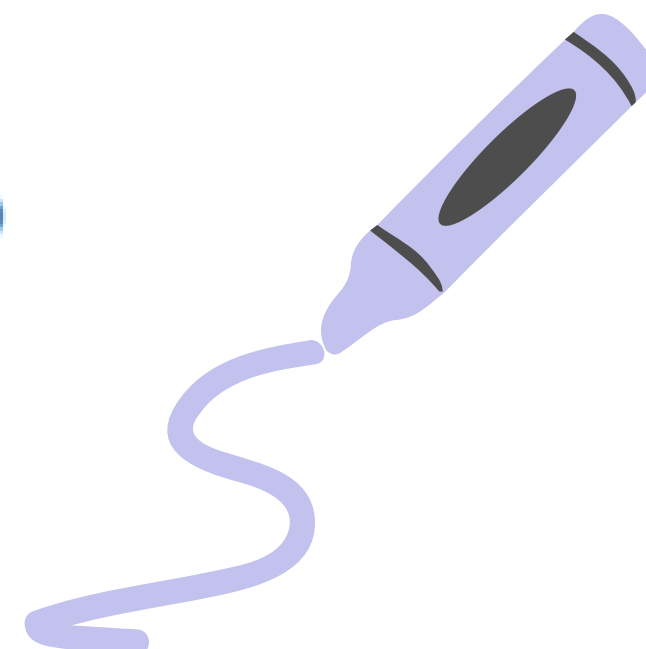
3) Розв'яжи рівняння $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$

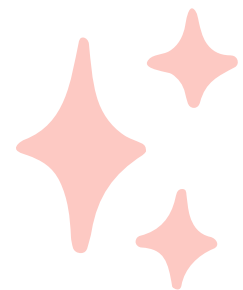
4) Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння

$$2^{x+3} - 3 \cdot 2^x = 10\sqrt{2}?$$

А. $(-\infty; 0)$ Б. $[0; 0,5)$ В. $[0,5; 1)$ Г. $[1; 2)$ Д. $[2; +\infty)$

123





Завдання III рівня

Розв'яжи рівняння:

$$5) \left(\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{3}} \right)^{x^2+4} = 20,25^{x+1};$$

$$6) \left(\frac{1}{27} \right)^{\frac{4x^2}{3}} = 81^x \cdot 3^{-8};$$

$$7) 5^{|6-4x|} = 25^{3x-4};$$

$$8) (2^{2x} - 1)(4^{2x} + 2^{2x} + 1) = 7;$$

$$9) 4^{2-\cos x} - 5 \cdot 2^{1-\cos x} + 1 = 0;$$

$$10) 2\sqrt{2^{14x-9}} = \sqrt[6]{8 \cdot 2^{6x-12}};$$

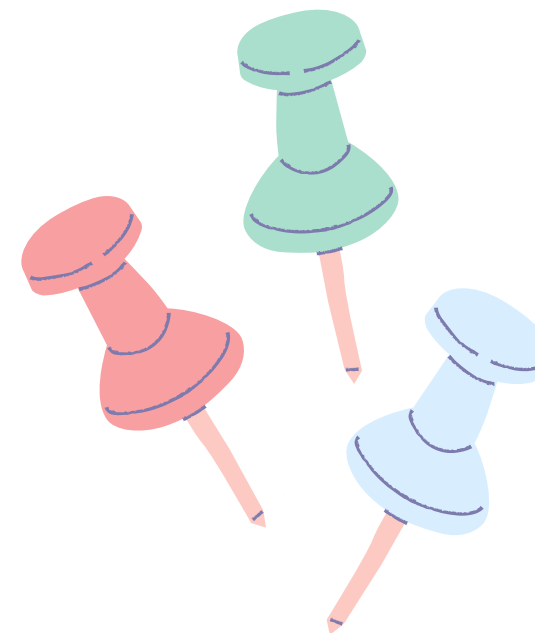
$$11) (0,2^{\sqrt{x+1}})^{\sqrt{x+6}} = \frac{1}{56};$$

$$12) 8^{\sqrt{x-1}} = \sqrt{4^{x+1}};$$

$$13) 2^{x^2+2x-6} = 2^{7-2x-x^2} + 3,5.$$

$$14) 2^x - 6 \cdot 2^{-x} = -1;$$

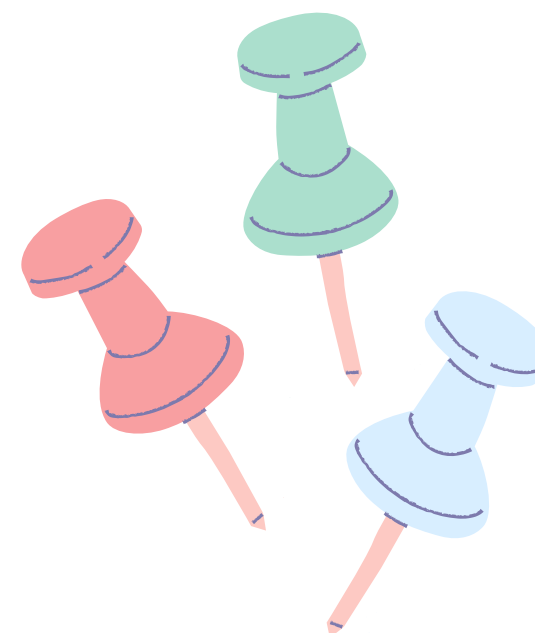
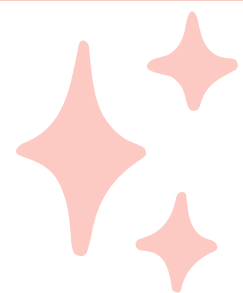
$$15) 2 \cdot 5^{2x} - 7 \cdot 5^x \cdot 2^x + 5 \cdot 2^{2x} = 0.$$



Перевір себе

Завдання III рівня

1)	В	6)	-2; 1	11)	3
2)	Д	7)	1,4	12)	2; 5
3)	0	8)	0,5	13)	-4; 2
4)	Г	9)	2Пк, кєZ	14)	1
5)	-6; -2	10)	$\frac{1}{3}$	15)	0; 1



Завдання IV рівня

Розв'яжи рівняння:

1) $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 12^x + 12^{x+1}$;

2) $9 \cdot 4^{\frac{1}{x}} + 5 \cdot 6^{\frac{1}{x}} = 4 \cdot 9^{\frac{1}{x}}$;

3) $32^{3(x^3-8)} = 8^{19(2x-x^2)}$;

4) $\sqrt{9^x - 3^x - 5} = \sqrt{3^x - 2}$;

5) $0,16^{x-\sqrt{3x-2}-1} - 3,75 \cdot 0,4^{x-\sqrt{3x-2}} = 2,5$;

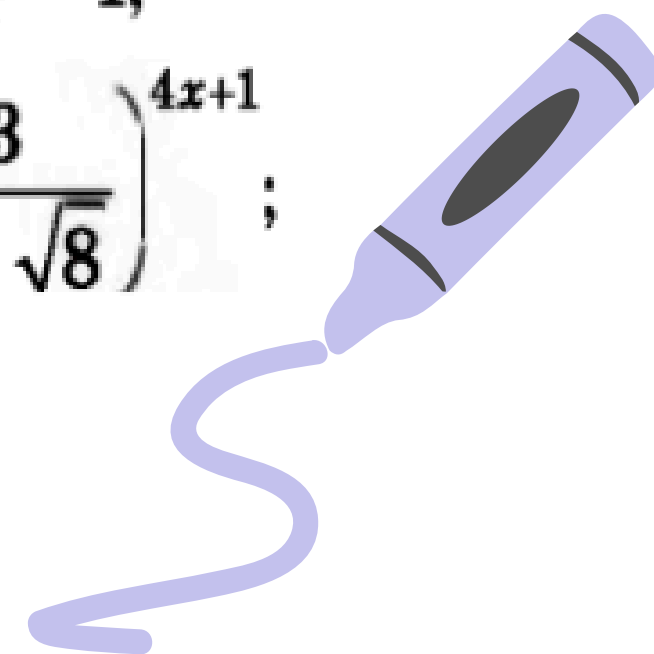
6) $4^x + 5^x = 9$;

7) $6^x + 8^x = 10^x$;

8) $(2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 4$;

9) $9(3 - \sqrt{8})^{4x+1} = \left(\frac{3}{3 + \sqrt{8}} \right)^{4x+1}$;

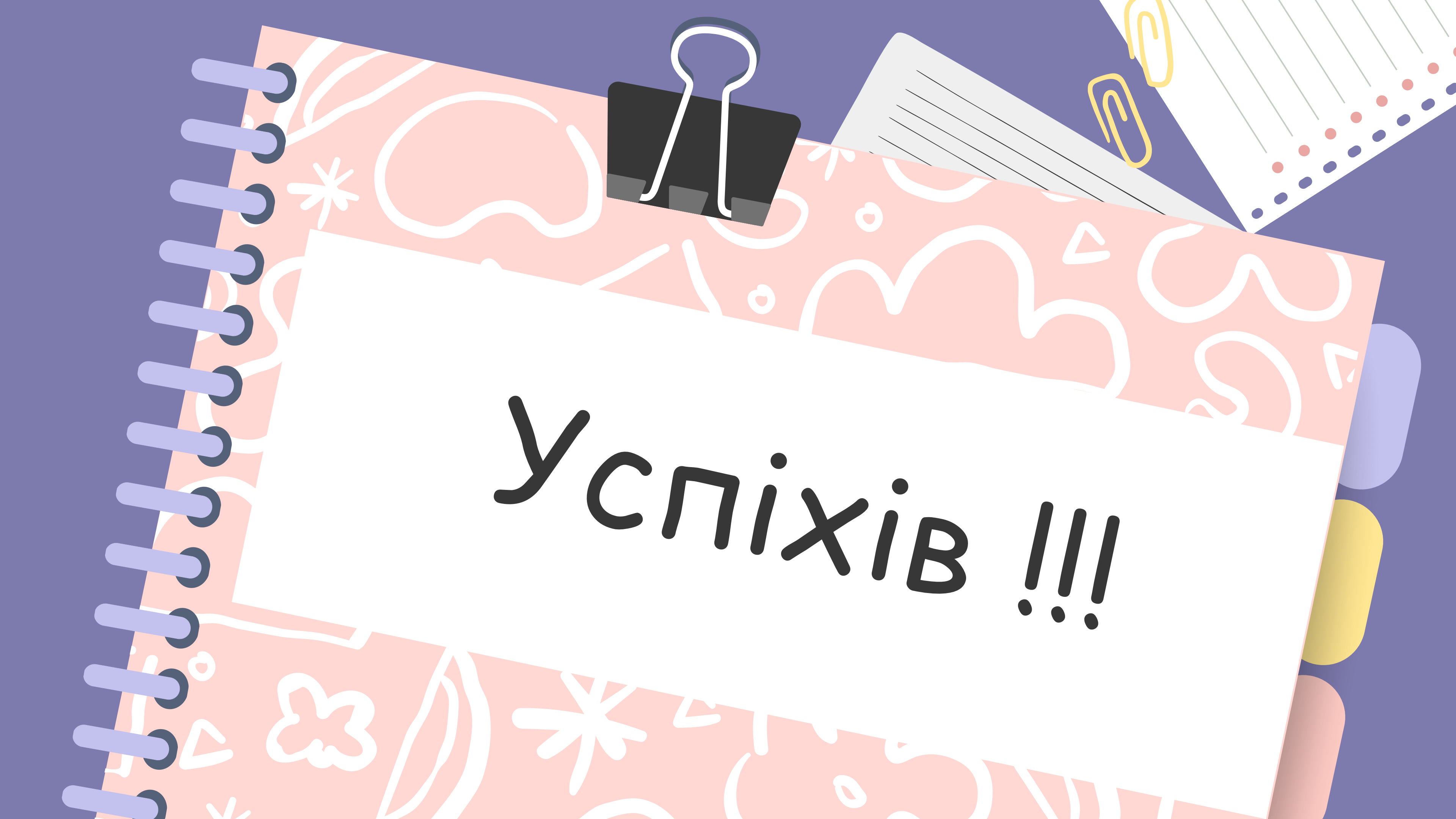
10) $|3 - x|^{3x^2-10x+3} = 1$.



Перевір себе

Завдання IV рівня

1)	0	6)	1
2)	0,5	7)	2
3)	-5; -0,8; 2	8)	-1; 1
4)	1	9)	0,25
5)	1; 2	10)	$\frac{1}{3}$; 2; 4



УСПІХІВ !!!