

ГОТУЄМОСЬ ДО НМТ

ДОРОЖНЯ КАРТА
З ТЕМИ:
«Цілі та раціональні рівняння»

***Укладач: Лашина Анастасія Володимирівна,
Криворізької ЗОШ І-ІІІ ст.
Криворізької сільської ради
Донецької області***

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК



Рівняння – це математичний вираз, у якому ліва та права частини розділені знаком рівності. Знак рівності означає, що ліва частина дорівнює правій.

Приклад рівняння: $5x - 2 = 4x + 7$

Корінь рівняння: 9

Перевірка: $5 \cdot 9 - 2 = 4 \cdot 9 + 7$

$$43 = 43 \text{ 🍌}$$

Розв'язати рівняння – означає знайти всі його корені або переконатися, що їх взагалі немає.

Корінь рівняння (розв'язок) – число яке задовольняє рівняння.

Корінь рівняння може бути тільки таке число, яке належить області визначення рівняння.

Властивості рівнянь

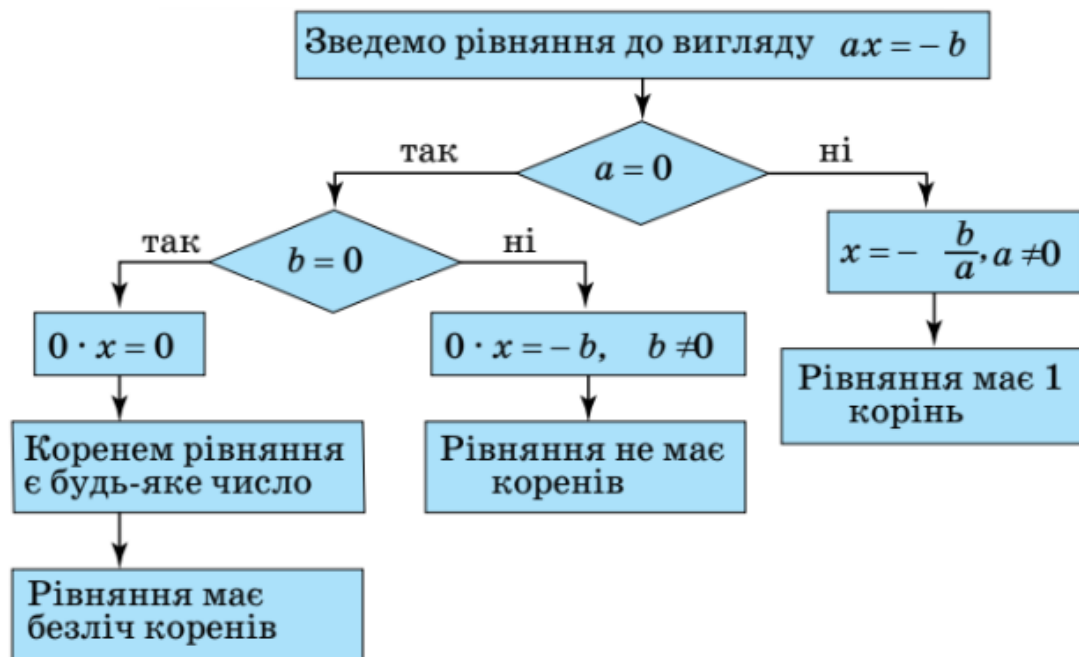
Властивість 1 Якщо до обох частин рівняння додати (або відняти) одне й те саме число, то отримаємо рівняння, яке має такі самі корені, що й дане.	
Якщо $x - a = b$, то $x - a + a = b + a$	Наприклад: $x - 7 = 13$; $x - 7 + 7 = 13 + 7$; $x = 20$
Якщо $x + a = b$, то $x + a - a = b - a$	Наприклад: $x + 9 = 2$; $x + 9 - 9 = 2 - 9$; $x = -7$
Властивість 2 Якщо в рівнянні перенести доданок з однієї частини рівняння в іншу, змінивши його знак на протилежний , то отримаємо рівняння, яке має такі самі корені, що й дане.	
$x + a = b$ $x + a - a = b - a$ $x = b - a$	Наприклад: $+$ $\rightarrow$ $-$ $x + 12 = 2$; $x = 2 - 12$
$x - a = b$ $x - a + a = b + a$ $x = b + a$	Наприклад: $-$ $\rightarrow$ $+$ $x - 7 = 13$; $x = 13 + 7$
Властивість 3 Якщо обидві частини рівняння помножити (або поділити) на одне й те саме відмінне від нуля число, то отримаємо рівняння, яке має такі самі корені, що й дане.	
Якщо $ax = b$ і $c \neq 0$, то $a \cdot c \cdot x = b \cdot c$	Наприклад: $\frac{2}{3}x = 12$; $\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}x = \frac{3}{2} \cdot 12$; $x = 18$
Якщо $ax = b$ і $c \neq 0$, то $\frac{ax}{c} = \frac{b}{c}$	Наприклад: $-3x = 63$; $\frac{-3x}{-3} = \frac{63}{-3}$; $x = -21$

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Лінійні рівняння

Лінійним рівнянням з однією змінною (невідомим) x називається рівняння виду $ax + b = 0$, де a і b — дійсні числа. Якщо $a \neq 0$, то рівняння називається рівнянням першого степеня.

Схема розв'язування лінійних рівнянь $ax + b = 0$



ВІДЕО БЛОК

Скористай-
тесь порада-
ми з відео роз-
бору завдань!



ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння: $-3(x - 12) = 2x + 11$

1. Розкриємо дужки: $-3x + 36 = 2x + 11$
 2. Перенесемо доданки: $-3x - 2x = -36 + 11$
 3. Зведемо подібні доданки: $-5x = -25$; $x = 5$
- Відповідь: 5.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння: $3x - 4 = 3(x - 2)$;

Розв'язання.

1. Розкриємо дужки: $3x - 4 = 3x - 6$;
 2. Перенесемо доданки: $3x - 3x = -6 + 4$;
 3. Зведемо подібні доданки: $0x = -2$
- Відповідь: рівняння немає коренів.

Приклад 3. Розв'яжіть рівняння: $3x - 2(x - 1) = x + 2$

1. Розкриємо дужки: $3x - 2x + 2 = x + 2$
 2. Перенесемо доданки: $x - x = 2 - 2$
 3. Зведемо подібні доданки: $0x = 0$
- Відповідь: x — будь-яке число.

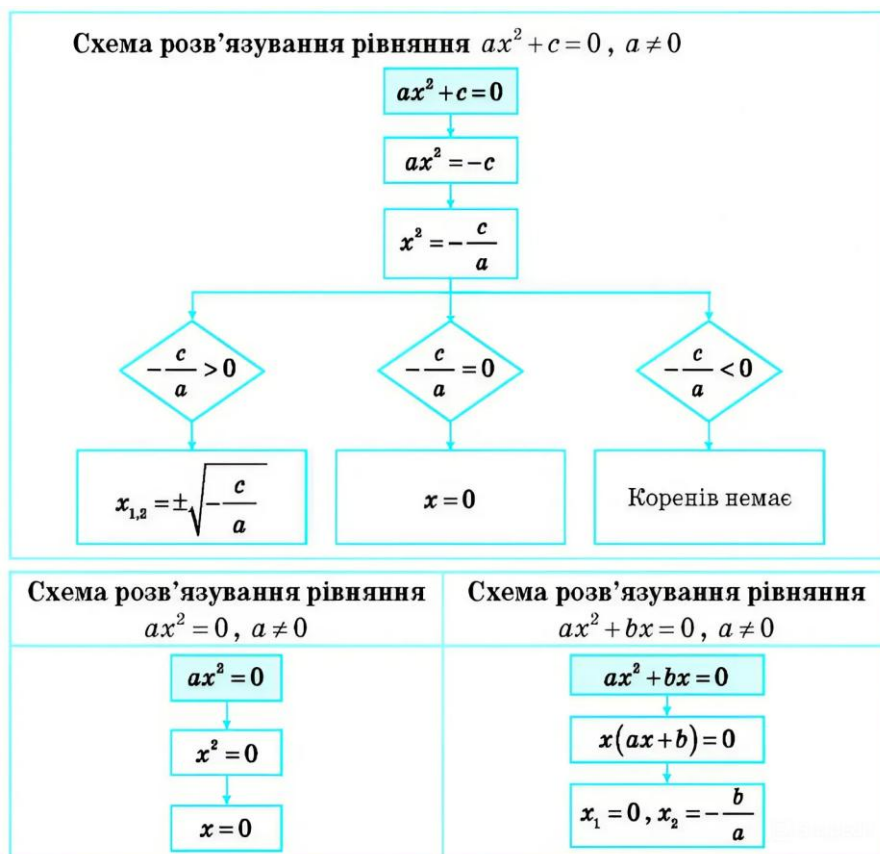
САМОСТІЙНИЙ БЛОК



ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Неповні квадратні рівняння

Рівняння виду $ax^2 + b = 0$, $ax^2 = 0$, $ax^2 + c = 0$, де $a \neq 0$, називаються *неповними квадратними рівняннями*.



ВІДЕО БЛОК

Скористай-
тесь порада-
ми з відео роз-
бору завдань!



ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння $5x^2 + 4x = 0$.

Розв'язання. Винесемо змінну x за дужки: $x(5x + 4) = 0$.

Отже, $x = 0$, або $5x + 4 = 0$, звідси $x = -0,8$.

Відповідь. $-0,8; 0$.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння $4x^2 - 3 = 0$.

Розв'язання. Перетворимо дане рівняння: $4x^2 = 3$, $x^2 = \frac{3}{4}$

x — число, квадрат якого дорівнює $\frac{3}{4}$, тобто квадратний корінь із числа $\frac{3}{4}$.

Таких коренів є два: $\sqrt{\frac{3}{4}}$ і $-\sqrt{\frac{3}{4}}$.

Відповідь. $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

САМОСТІЙНИЙ БЛОК



ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

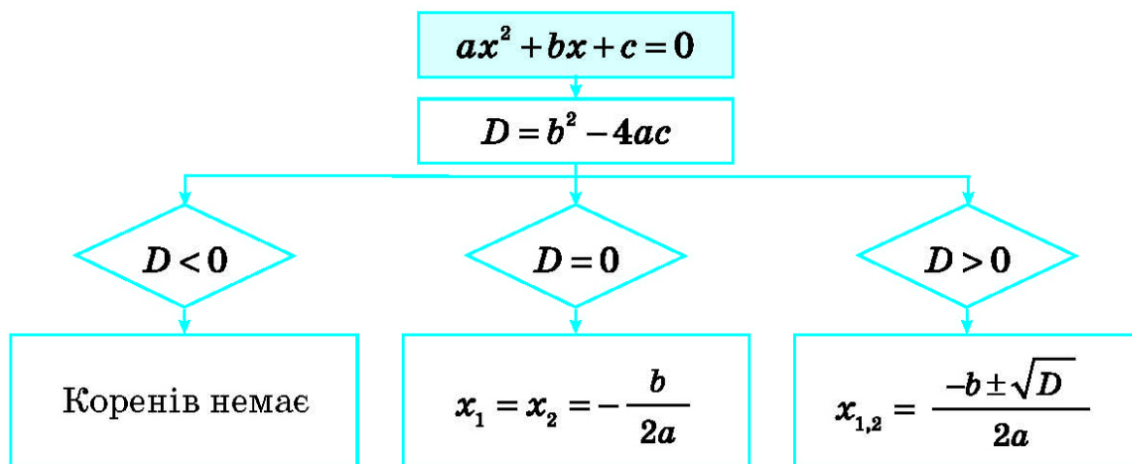
Квадратні рівняння

Квадратним рівнянням називається рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$, де a, b, c — дійсні числа, $a \neq 0$.

$D = b^2 - 4ac$ — дискримінант рівняння $ax^2 + bx + c = 0$.

Схема розв'язування квадратних рівнянь

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$



Теорема Вієта

Якщо x_1 і x_2 — корені квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$, то виконуються рівності $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

Якщо x_1 і x_2 — корені тричлена $x^2 + px + q$, то справджуються формули $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$.

Якщо p, q, x_1, x_2 такі, що $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$, то x_1 і x_2 — корені тричлена $x^2 + px + q$.

ВІДЕО БЛОК

Скористайтесь порадами з відео розбору завдань!



ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння: $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Розв'язання.

Знайдемо коефіцієнти рівняння:	$a = 1, b = -5, c = 6.$
Знайдемо дискримінант:	$D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6$ $= 25 - 24 = 1$
Застосуємо формулу коренів квадратного рівняння:	$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1}$ $x_1 = \frac{5+1}{2} = 3;$ $x_2 = \frac{5-1}{2} = 2$
Отже, рівняння має 2 корені	$x_1 = 3; x_2 = 2$

Відповідь: 2; 3.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння: $x^2 + x - 12 = 0$.

Розв'язання. За теоремою Вієта: $x_1 + x_2 = -1$, $x_1 \cdot x_2 = 12$.

Знаходимо пари дільників числа 12: -3 і 4 , 3 і -4 , -6 і 2 , -2 і 6 .

Обираємо пару дільників, сума яких дорівнює числу -1 : 3 і -4 .

Отже: $x_1 = 3, x_2 = -4$.

Відповідь: $-4; 3$.

САМОСТІЙНИЙ БЛОК



ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Раціональні рівняння

Рівняння називають *дробовим* (або *дробово-раціональним*), якщо хоча б одна з його частин є дробовим раціональним виразом.

Областю допустимих значень (ОДЗ) рівняння називається множина значень змінної, при яких вирази в обох частинах рівняння є визначеними

Щоб розв'язати раціональне рівняння, потрібно:

1. Знайдіть область допустимих значень рівняння.
2. Зведіть рівняння до вигляду $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$
3. Використайте правило рівності дробу нулю й розв'яжіть рівняння $P(x) = 0$.
4. Перевірте, чи задовольняють знайдені розв'язки рівняння $P(x) = 0$ область допустимих значень. Вилучіть сторонні корені.
5. Запишіть відповідь.

ВІДЕО БЛОК



*Скористайтесь
порадами з відео
розбору завдань!*



ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння: $\frac{7}{x-1} - \frac{12}{x+1} = \frac{x^2+13}{x^2-1}$.

Розв'язання.

1. Визначаємо ОДЗ змінної:	x — будь-яке число, крім ± 1 .
2. Зводимо рівняння до вигляду $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$	$\frac{7}{x-1} - \frac{12}{x+1} - \frac{x^2+13}{x^2-1} = 0;$ $\frac{7(x+1) - 12(x-1) - (x^2+13)}{(x-1)(x+1)} = 0$
3. Розв'язуємо рівняння $P(x) = 0$.	$7(x+1) - 12(x-1) - (x^2+13) = 0;$ $x^2 + 5x - 6 = 0;$ $x_1 = -6; x_2 = 1$
4. Робимо перевірку знайдених коренів щодо їх належності до ОДЗ змінної початкового рівняння.	Число -6 входить до ОДЗ змінної початкового рівняння, тому -6 є коренем даного рівняння. Число 1 не входить до ОДЗ змінної початкового рівняння, тому 1 не є коренем даного рівняння.
5. Записуємо відповідь:	$x = -6$

Відповідь: -6 .

САМОСТІЙНИЙ БЛОК



ТРЕНУВАЛЬНИЙ БЛОК

**Запрошуємо вас скористати-
ся онлайн-тренажером для
ефективної підготовки до
НМТ з математики — тре-
нуйтеся, перевіряйте знання
та впевнено йдіть до мети!**

