

Дорожня карта з теми

“Застосування похідної до дослідження функції”

повторення  закріплення  перевірка знань

Масленнікова Н.М
Лиманський ліцей №3
Лиманської міської ради
Донецької області

Теоретичний блок. Повторення. Що я знаю?



- *Критичні точки функції*
- *Ознака зростання (спадання) функції*
- *Ознака максимуму (мінімуму) функції*
- *Найбільше та найменше значення неперервної функції $y=f(x)$ на відрізку $[a;b]$*
- *Загальна схема дослідження функції з метою побудови її графіка*

Теоретичний блок. Повторення (навчальні відео)



Критичні точки функції

Критичні точки функції

Ознака зростання (спадання) функції

Ознака зростання (спадання) функції

Ознака максимуму (мінімуму) функції

Екстремуми функції

Найбільше та найменше значення

Найбільше та найменше значення функції на відрізку

неперервної функції $y=f(x)$ на відрізку $[a;b]$

Загальна схема дослідження функції з

Дослідження функції за допомогою похідної для побудова її графіка (мінімальний алгоритм)

метою побудови її графіка

Практичний блок. Закріплення

Знаходження інтервалів монотонності функцій

1. Знайти область визначення функції.
2. Дослідити функцію на парність.
3. Дослідити функцію на періодичність.
4. Знайти похідну даної функції
5. Знайти *критичні точки функції*, т.б. точки, у яких її похідна $y'(x)=0$ дорівнює нулю або не існує.
6. Ці точки розіб'ють область визначення на інтервали, у яких похідна зберігає знак.
7. Визначити *знак похідної* у кожному з одержаних інтервалів. Для цього досить *обчислити* (хоча б визначити знак) значення похідної у одній з *внутрішніх точок* кожного інтервала.
8. У інтервалах, де *похідна додатна - функція зростає*, у інтервалах, де *похідна від'ємна - функція спадає*.

Приклад 1. Знайдіть проміжки зростання і спадання функції: $y=x^3 - 18x$. **Розв'язання.**

1. Область визначення функції: $(x^3 - 18x)$ - многочлен. $D(y) = \mathbb{R}, (-\infty; \infty)$.
2. $y(-x) = (-x)^3 - 18(-x) = -x^3 + 18x = -(x^3 - 18x) = -y(x)$. Отже, функція непарна.
3. Функція неперіодична.
4. Знаходимо похідну функції: $y' = (x^3 - 18x)' = 3x^2 - 18$. Знаходимо критичні точки: $3x^2 - 18 = 0$; $3(x^2 - 6) = 0$. Звідси, $x = \pm \sqrt{6}$.



5. Визначаємо знак похідної. $y'(-5) = 3 \cdot 25 - 18 = +$
 $y'(0) = 3 \cdot 0 - 18 = -$, $y'(5) = +$
6. Отже, похідна додатна на інтервалах $(-\infty; -\sqrt{6})$ і $(\sqrt{6}; \infty)$,
 $y = x^3 - 18x$ - зростає на цих інтервалах.
Похідна від'ємна на інтервалі $(-\sqrt{6}; \sqrt{6})$, функція спадає на цьому інтервалі

Практичний блок. Закріплення

Приклад 2. Знайти найбільше і найменше значення функції $f(x)=x^4-2x^2+5$, $[-1; 3]$.

$$D(f)=\mathbb{R}; \quad [-1; 3] \subset \mathbb{R};$$

$$f'(x) = 4x^3 - 4x;$$

$$f'(x) = 0; \quad 4x^3 - 4x = 0; \quad 4x(x^2 - 1) = 0;$$

$$x = 0, x = -1, x = 1 \text{ — критичні точки;}$$

$-1 \in [-1; 3]$, $0 \in [-1; 3]$, $1 \in [-1; 3]$ тоді знаходимо значення функції $f(x)$ в точках $x=0$, $x=-1$, $x=1$, $x=3$

$$f(-1)=4; \quad \text{— найменше значення}$$

$$f(0)=5$$

$$f(1)=4; \quad \text{— найменше значення}$$

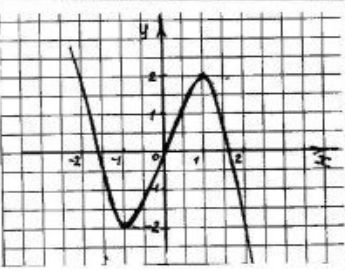
$$f(3)=68; \quad \text{— найбільше значення}$$

Відповідь: $\max_{[-1; 3]} f(x) = f(3) = 68;$ $\min_{[-1; 3]} f(x) = f(-1) = f(1) = 4.$



КАРТКА-ІНСТРУКЦІЯ

Дослідження функції за похідною та побудова її графіка

АЛГОРИТМ	Дослідити функцію та побудувати її графік $f(x) = 3x - x^3$
1. Знайти область визначення функції.	$D(f) = (-\infty; +\infty)$
2. Дослідити функцію на парність чи непарність та на періодичність.	$f(-x) = 3(-x) - (-x)^3 = -3x + x^3 = -f(x)$. Отже, функція непарна.
3. Знайти точки перетину з координатними осями.	а) $3x - x^3 = 0$, $x(3 - x^2) = 0$, $x = 0$, $x^2 = 3$, $x = \pm\sqrt{3}$. б) $x = 0$, $f(0) = 3 \cdot 0 - 0^3 = 0$.
4. Знайти похідну функції.	$f'(x) = 3 - 3x^2 = 3(1 - x^2) = 3(1 - x)(1 + x)$.
5. Знайти критичні точки. Для цього: а) визначити, в яких точках похідна не існує; б) розв'язати рівняння $f'(x) = 0$.	$f'(x) = 0$, $3(1 - x)(1 + x) = 0$, $\begin{cases} x = -1, \\ x = 1. \end{cases}$
6. Встановити знак похідної та поведінку функції на проміжках, на які розбивається область визначення похідної критичними точками.	
7. Знайти точки екстремуму функції.	$x = -1$ – точка мінімуму, $x = 1$ – точка максимуму.
8. Знайти екстремуми функції.	$y_{\min} = f(-1) = 3(-1) - (-1)^3 = -2$, $y_{\max} = f(1) = 3 \cdot 1 - 1^3 = 2$.
9. Знайти значення функції в декількох додаткових точках, для уточнення графіка.	$f(-2) = 2$, $f(2) = -2$
10. Накреслити графік функції	

Практичний блок. Закріплення



Тренувальний блок. Перевірка знань. Що я вмію



Критичні точки функції

Критичні точки

Ознака зростання (спадання) функції

Ознаки зростання (спадання) функції

Ознака максимуму (мінімуму) функції

Ознака максимуму (мінімуму) функції

Найбільше та найменше значення

неперервної функції $y=f(x)$ на відрізку

Найбільше та найменше значення функції

Загальна схема дослідження функції з

метою побудови її графіка

Дослідження функції

Самостійний блок. Перевірка знань. У мене все вийде!

ЗНО-ОНЛАЙН

Алгебра і початки аналізу

(похідна функції)

https://zno.osvita.ua/mathematics/tag-po_khidna_funkciyi/

ПІДСУМКОВИЙ ТЕСТ

Тест 1

[Застосування похідної до дослідження функції](#)

Тест 2

[Застосування похідної до дослідження функції](#)