



Готуємось до НМТ

Дорожня карта з теми:

“Похідна функції , правила
обчислення похідних. Геометричний
та механічний зміст похідної”



Пендюх С.В.
Лиманський ліцей №5
Лиманської міської ради
Донецької області

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Похідна функції

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Правила диференціювання

$$(u + v)' = u' + v' \quad (u - v)' = u' - v'$$

$$(uv)' = u'v + uv' \quad (Cu)' = Cu'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Таблиця похідних

$$1. (x^n)' = nx^{n-1}$$

$$2. (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$3. (\sin x)' = \cos x$$

$$4. (\cos x)' = -\sin x$$

$$5. (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$6. (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (|x| < 1)$$

$$7. (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (|x| < 1)$$

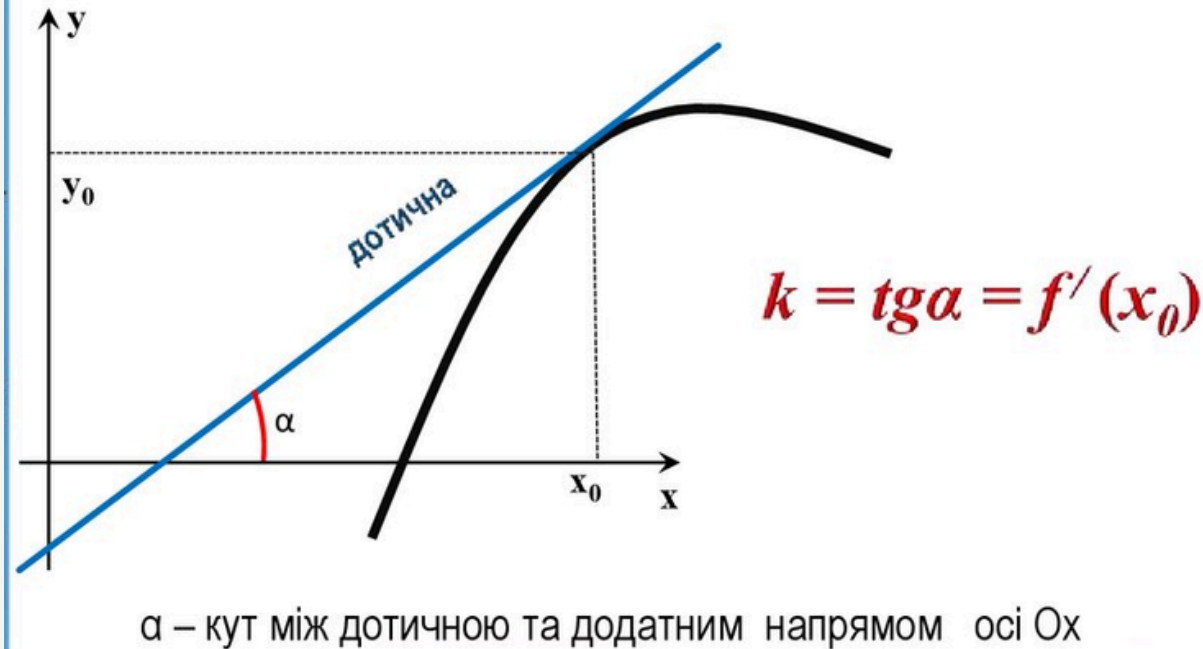
$$8. (\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$9. (e^x)' = e^x$$

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Геометричний зміст похідної

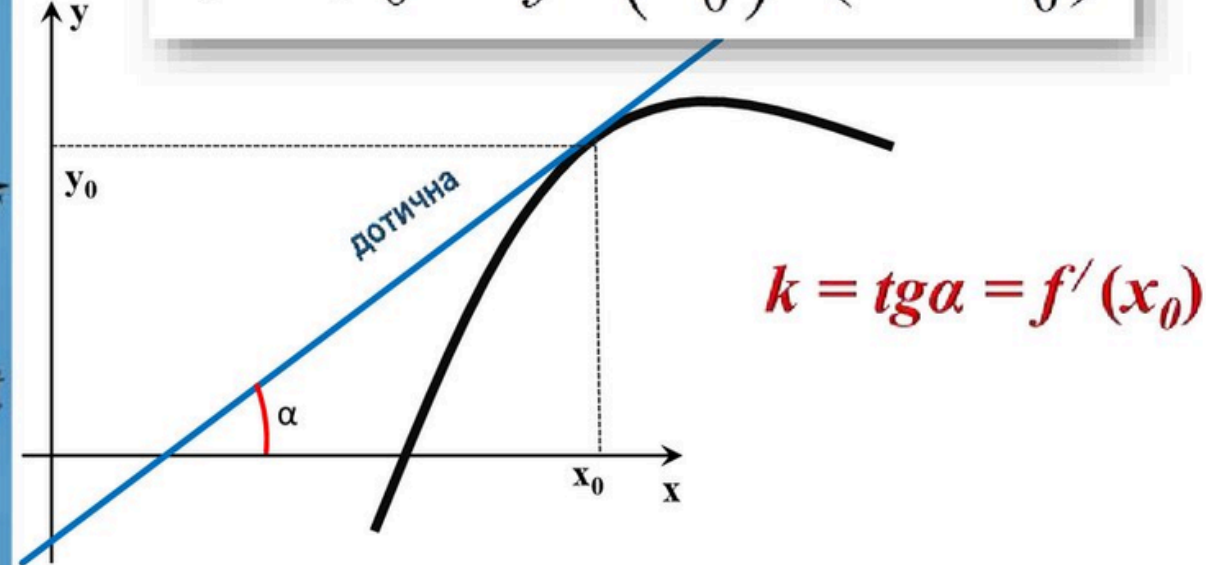
Кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції $y = f(x)$ в точці $(x_0; y_0)$ дорівнює значенню похідної в точці x_0 .



Рівняння дотичної

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

$$y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$



$$v(t_0) = x'(t_0) \quad a(t_0) = v'(t_0)$$

x_0 – координата точки

$v(t_0)$ – швидкість точки в момент часу t_0

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Теорія на освітній платформі

Всеукраїнська школа
онлайн

Означення похідної функції

Похідна функції, її фізичний зміст

Похідна функції, її геометричний зміст

Таблиця похідних. Правила диференціювання.



ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Завдання 1

Знайдіть похідну функції $y = \sqrt{3 - x^2}$.

Розв'язання

$$y' = (3 - x^2)' \frac{1}{2\sqrt{3 - x^2}} = (-2x) \frac{1}{2\sqrt{3 - x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{3 - x^2}}$$

Відповідь: $y' = \frac{-x}{\sqrt{3 - x^2}}$.

Завдання 2

Знайти похідну функції $y = \frac{3\sin x}{x^2}$.

Розв'язання.

$$y' = \left(\frac{3\sin x}{x^2} \right)' = \frac{3\sin' x \cdot x^2 - 3\sin x (x^2)'}{x^4} = \frac{3\cos x \cdot x^2 - 3\sin x \cdot 2x}{x^4} = \frac{3x \cos x - 6\sin x}{x^3}$$

Відповідь: $y' = \frac{3x \cos x - 6\sin x}{x^3}$.

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Завдання 3

Знайдіть похідну функції $y = 7\arccos x$.

Розв'язання.

$$y' = (7\arccos x)' = 7 \cdot \arccos' x = 7 \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) = -\frac{7}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Відповідь: $y' = -\frac{7}{\sqrt{1-x^2}}.$

Завдання 4

Знайдіть похідну функції $y = \operatorname{tg} 5x$.

Розв'язання

$$y' = (5x)' \cdot \frac{1}{\cos^2 5x} = \frac{5}{\cos^2 5x}.$$

Відповідь: $y' = \frac{5}{\cos^2 5x}.$

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Завдання 5

Знайти похідну функції $y = (3x + 5)(2x^2 - 1)$.

Розв'язання.

$$\begin{aligned} y' &= ((3x + 5)(2x^2 - 1))' = (3x + 5)'(2x^2 - 1) + (3x + 5)(2x^2 - 1)' = \\ &= 3(2x^2 - 1) + (3x + 5)4x = 6x^2 - 3 + 12x^2 + 20x = 18x^2 + 20x - 3. \end{aligned}$$

Відповідь: $y' = 18x^2 + 20x - 3$.



ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Завдання 6

Складіть рівняння дотичної до графіка функції $y = x^2$ в точці $x_0 = 3$

Розв'язання:

Як нам відомо з попередніх занять, $y' = (x^2)' = 2x$

Знайдімо $f'(x_0)$ та $f(x_0)$

$$f(x_0) = 3^2 = 9$$

$$f'(x_0) = 2 \cdot 3 = 6$$

Підставмо відомі значення у рівняння дотичної

$$y = 6(x - 3) + 9$$

Зведімо рівняння дотичної до рівняння з кутовим коефіцієнтом

$$y = 6x - 18 + 9$$

$$y = 6x - 9$$

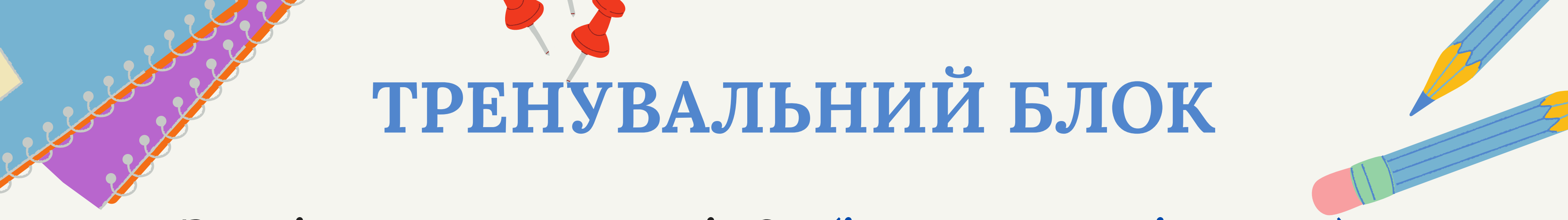
Відповідь: $y = 6x - 9$

Приклади завдань
з розв'язком
на освітній платформі

[МАТЕМАТИЧКА YouTube](#)

[Про похідну функції](#)





ТРЕНУВАЛЬНИЙ БЛОК

Закріплення. Що я вмію? (інтерактивні вправи)



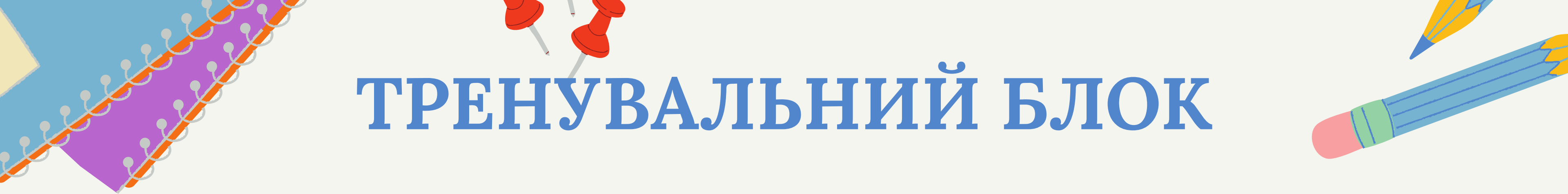
Похідна степеневої функції

Похідна функції, її геометричний і фізичний зміст

Рівняння дотичної до графіка функції

Механічний зміст похідної функції





ТРЕНУВАЛЬНИЙ БЛОК



Перевірка знань. Я зумію, зможу, у мене все вийде!

**ЗНО-ОНЛАЙН
Алгебра і початки
аналізу
(похідна функції)**

**[https://zno.osvita.ua/mathematics
/tag-pokhidna_funkciyi/](https://zno.osvita.ua/mathematics/tag-pokhidna_funkciyi/)**

ПІДСУМКОВИЙ ТЕСТ 1

**Похідна функції, правила
обчислення похідних.
Геометричний і механічний
зміст похідної.**

ПІДСУМКОВИЙ ТЕСТ 2

**Похідна функції, правила
обчислення похідних.
Геометричний і механічний
зміст похідної**

