

ГОТУЄМОСЬ ДО НМТ

ДОРОЖНЯ КАРТА

З ТЕМИ:

«Функції, графіки основних елементарних функцій та їх властивості. Перетворення графіків функцій.»

Укладачі:

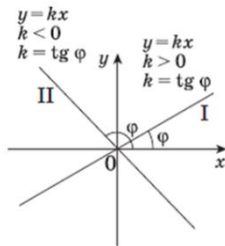
*Фетісова Ірина Вікторівна, учитель математики
Краматорської ЗОШ I-III ступенів №16 Краматорської
міської ради Донецької області*

*Кіляновська Ірина Володимирівна, учитель математики
Опорний заклад загальної середньої освіти «Академічний»
Краматорської міської ради Донецької області*

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Пряма пропорційність $y=kx$, $k \neq 0$

1. Область визначення — R .
2. Область значень — R .
3. Функція непарна.
4. Якщо $x=0$, то $y=0$.
5. Якщо $k>0$, то функція зростає на множині R (рисунок, графік I).
6. Якщо $k<0$, то функція спадає на множині R (рисунок, графік II).
7. Графік прямої пропорційності — пряма, що проходить через початок координат



THEORY

Лінійна функція $y=kx+b$, $k \in R$, $b \in R$

1. Область визначення — R .
2. Область значень — R , якщо $k \neq 0$; $\{b\}$, якщо $k=0$.
3. Якщо $k \neq 0$, $b \neq 0$, то функція не є ні парною, ні непарною; якщо $k=0$ — функція парна; якщо $b=0$, $k \neq 0$ — функція непарна; якщо $k=0$, $b=0$ — функція і парна, і непарна.
4. Якщо $x=0$, то $y=b$; якщо $x=-\frac{b}{k}$, функція $y=0$.
5. Якщо $k>0$, то функція зростає на множині R (рис. 1); якщо $k<0$, то функція спадає на множині R (рис. 2); якщо $k=0$, то функція є сталою, $y=b$ (рис. 3).
6. Графік лінійної функції — пряма, що утворює з віссю абсцис кут φ , тангенс якого дорівнює k .
7. Якщо $b=0$, графік лінійної функції проходить через початок координат і є графіком прямої пропорційності

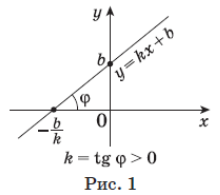


Рис. 1

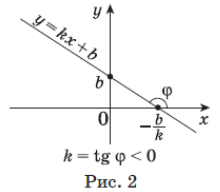


Рис. 2

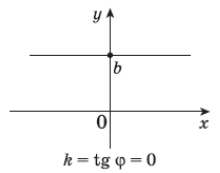
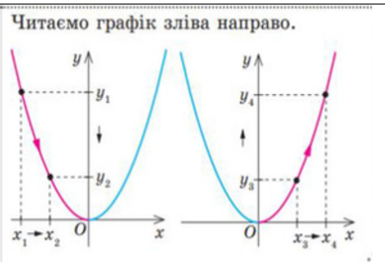


Рис. 3

Квадратична функція $y=x^2$

1. Область визначення — R .
2. Область значень — усі невід'ємні числа
3. Графік — парабола, проходить через початок координат
4. Функція — парна
5. Якщо $a>0$, то вітки параболи направлені вгору, якщо $a<0$, то вітки параболи направлені вниз
6. При $x<0$: значення x збільшуються, а значення y — зменшуються (рисунок ліворуч)
7. При $x>0$: значення x і y — збільшуються (рисунок праворуч)



THEORY

Квадратична функція $y=ax^2+bx+c$, $a \neq 0$

1. Область визначення — R .
2. Область значень: якщо $a>0$, то $[y_a; +\infty)$; якщо $a<0$, то $(-\infty; -y_b]$
3. Якщо $b \neq 0$, то функція не є ні парною, ні непарною; якщо $b=0$, то функція $y=ax^2+c$ є парною.
4. Якщо $a>0$, то функція спадає на проміжку $(-\infty; x_b]$ і зростає на проміжку $[x_b; +\infty)$; $x_b = -\frac{b}{2a}$ — точка мінімуму (рис. 1). Якщо $a<0$, то функція зростає на проміжку $(-\infty; -x_b]$ і спадає на проміжку $[-x_b; +\infty)$, $x_b = -\frac{b}{2a}$ — точка максимуму (рис. 2)
5. Графік функції перетинає осі координат у точках $(0;c)$, $(x_1;0)$, $(x_2;0)$, де x_1, x_2 — нулі функції
6. Графік функції — парабола, вітки якої направлені вгору, якщо $a>0$, і вниз якщо $a<0$; координати вершини параболи $(-\frac{b}{2a}; -\frac{b^2-4ac}{4a})$; вісь симетрії графіка $x = -\frac{b}{2a}$

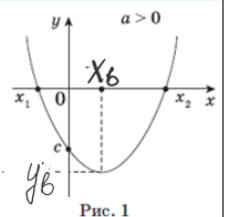


Рис. 1

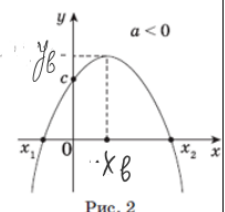
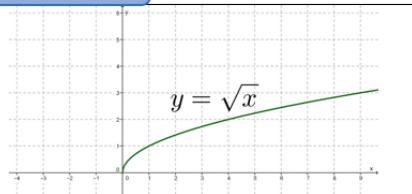


Рис. 2

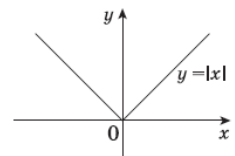
Функція $y=\sqrt{x}$

1. Область визначення: $x \geq 0$
2. Область значень: $y \geq 0$
3. Графік функції — гілка параболи, яка розташована в I чверті
4. Функція зростаюча



Функція $y=|x|$

1. Область визначення — R .
2. Область значень — $[0; +\infty)$.
3. Функція парна.
4. Якщо $x<0$, то функція спадає; якщо $x>0$, то функція зростає.
5. Графік функції — об'єднання двох променів: бісектрис першої та другої координатних чвертей (рисунок)



Степеневая функция $y = x^n$

Властивості функції $y = x^n$, де $n \in \mathbb{N}$

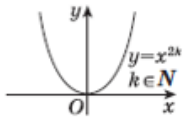


Рис. 1

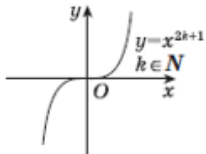


Рис. 2

1. Область визначення — $\mathbb{R}$.
2. Область значень — якщо $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$, то $[0; +\infty)$; якщо $n = 2k-1$, $k \in \mathbb{N}$, то $\mathbb{R}$.
3. Якщо $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$, то функція парна; якщо $n = 2k-1$, $k \in \mathbb{N}$, то функція непарна.
4. Графік функції проходить через початок координат. Графік функції є симетричним відносно осі Oy , якщо $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$ (рис. 1); симетричним відносно початку координат, якщо $n = 2k-1$, $k \in \mathbb{N}$ (рис. 2).

5. Якщо $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$, то функція спадає на проміжку $(-\infty; 0]$ і зростає на проміжку $[0; +\infty)$. Якщо $n = 2k-1$, $k \in \mathbb{N}$, то функція зростає на множині $\mathbb{R}$.

Функція $y = \sqrt[n]{x}$, $n \geq 2$, $n \in \mathbb{N}$

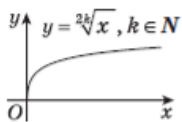


Рис. 1

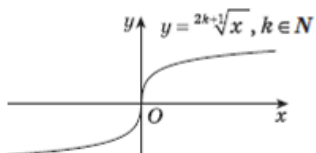


Рис. 2

1. Область визначення: $[0; +\infty)$, якщо $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$; $\mathbb{R}$, якщо $n = 2k+1$, $k \in \mathbb{N}$.
2. Область значень: $[0; +\infty)$, якщо $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$; $\mathbb{R}$, якщо $n = 2k+1$, $k \in \mathbb{N}$.
3. Якщо $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$, то функція не є ні парною, ні непарною (рис. 1); якщо $n = 2k+1$, $k \in \mathbb{N}$, то функція непарна і її графік є симетричним відносно початку координат (рис. 2).

4. Функція зростає на всій області визначення.
5. Графік функції проходить через початок координат.

Показникова функція $y = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$

1. Область визначення — $\mathbb{R}$.
2. Область значень — $(0; +\infty)$.
3. Функція не є ні парною, ні непарною.
4. Графік функції перетинає вісь Oy у точці $(0; 1)$, вісь Ox не перетинає.
5. Якщо $a > 1$, то функція зростає на множині $\mathbb{R}$ (рис. 1); якщо $0 < a < 1$, то функція спадає на множині $\mathbb{R}$ (рис. 2).
6. Коли $a > 1$, то $y > 1$, якщо $x > 0$; $0 < y < 1$, якщо $x < 0$. Коли $0 < a < 1$, то $y > 1$, якщо $x < 0$; $0 < y < 1$, якщо $x > 0$.

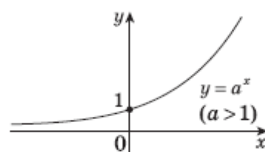


Рис. 1

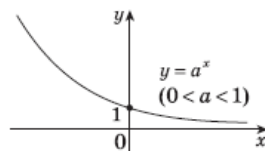


Рис. 2

Властивості функції $y = x^\alpha$, де α — неціле число

1. Область визначення: $[0; +\infty)$, якщо $\alpha > 0$; $(0; +\infty)$, якщо $\alpha < 0$.
2. Область значень: $[0; +\infty)$, якщо $\alpha > 0$; $(0; +\infty)$, якщо $\alpha < 0$.
3. Функція не є ні парною, ні непарною.
4. Якщо $\alpha > 0$, то графік функції проходить через початок координат (рис. 1, 2); якщо $\alpha < 0$, то графік функції не перетинає осей координат (рис. 3).
5. Якщо $\alpha > 0$, то функція зростає на всій області визначення; якщо $\alpha < 0$, то функція спадає на всій області визначення.

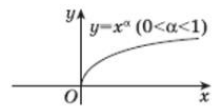


Рис. 1

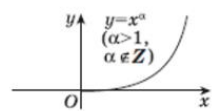


Рис. 2

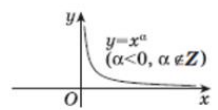


Рис. 3

Логарифмічна функція $y = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$

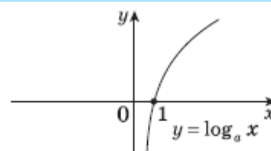


Рис. 1

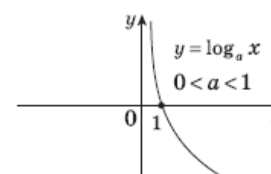


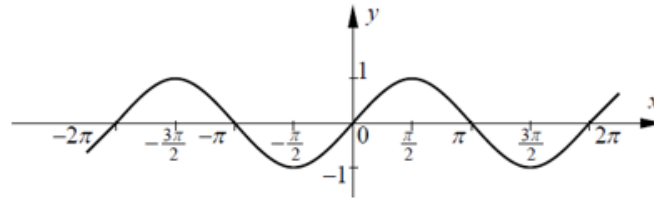
Рис. 2

1. Область визначення — $(0; +\infty)$.
2. Область значень — $\mathbb{R}$.
3. Функція не є ні парною, ні непарною.
4. Графік функції перетинає вісь Ox у точці $(1; 0)$, вісь Oy не перетинає.
5. Якщо $a > 1$, то функція зростає на всій області визначення (рис. 1); якщо $0 < a < 1$, то функція спадає на всій області визначення (рис. 2).
6. Коли $a > 1$, то $y > 0$, якщо $x > 1$; $y < 0$, якщо $0 < x < 1$. Коли $0 < a < 1$, то $y > 0$, якщо $0 < x < 1$; $y < 0$, якщо $x > 1$.

Тригонометричні функції

Функція $y = \sin x$.

Графіком є синусоїда.

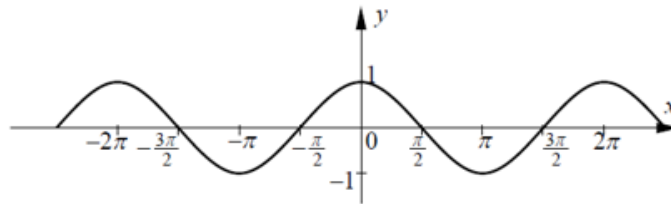


Властивості:

- 1) Область визначення: $D(y) = (-\infty; +\infty)$.
- 2) Множина значень: $E(y) = [-1; 1]$.
- 3) Функція непарна: $\sin(-x) = -\sin x$.
- 4) Функція періодична, найменший додатний період $T = 2\pi$.
- 5) Функція зростає на проміжках $(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$, спадає на проміжках $(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$.
- 6) Точки мінімуму: $x_{\min} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $f(x_{\min}) = -1$, точки максимуму: $x_{\max} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $f(x_{\max}) = 1$.

Функція $y = \cos x$.

Графіком є синусоїда.

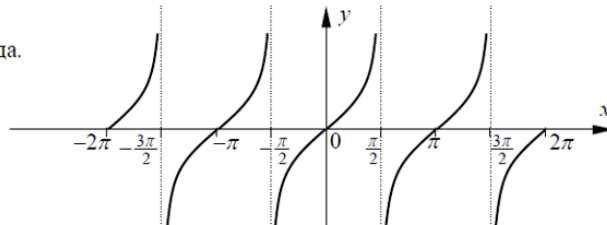


Властивості:

- 1) Область визначення: $D(y) = (-\infty; +\infty)$.
- 2) Множина значень: $E(y) = [-1; 1]$.
- 3) Функція парна: $\cos(-x) = \cos x$.
- 4) Функція періодична, найменший додатний період $T = 2\pi$.
- 5) Функція зростає на проміжках $(-\pi + 2\pi n; 2\pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$, спадає на проміжках $(2\pi n; \pi + 2\pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$.
- 6) Точки мінімуму: $x_{\min} = \pi + 2\pi n$, $f(x_{\min}) = -1$, точки максимуму: $x_{\max} = 2\pi n$, $f(x_{\max}) = 1$.

Функція $y = \operatorname{tg} x$.

Графіком є тангенсоїда.

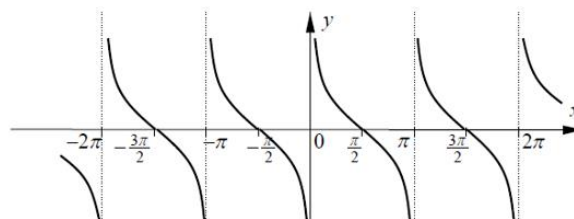


Властивості:

- 1) Область визначення: $D(y) = (-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$.
- 2) Множина значень: $E(y) = (-\infty; +\infty)$.
- 3) Функція непарна: $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$.
- 4) Функція періодична, найменший додатний період $T = \pi$.
- 5) Функція зростає на кожному з проміжків $(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$.
- 6) Функція не має точок екстремуму.
- 7) Прямі $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ є вертикальними асимптотами.

Функція $y = \operatorname{ctg} x$.

Графіком є тангенсоїда.



Властивості:

- 1) Область визначення: $D(y) = (\pi n; \pi + \pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$.
- 2) Множина значень: $E(y) = (-\infty; +\infty)$.
- 3) Функція непарна: $\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$.
- 4) Функція періодична, найменший додатний період $T = \pi$.
- 5) Функція спадає на кожному з проміжків $(\pi n; \pi + \pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$.
- 6) Функція не має точок екстремуму.
- 7) Прямі $x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ є вертикальними асимптотами.

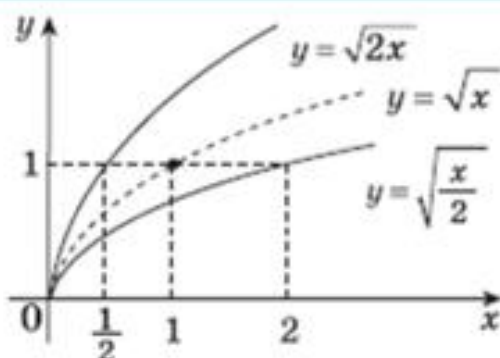


THEORY

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

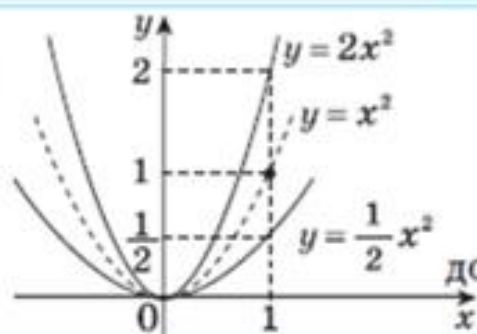


Перетворення графіка функції $y = f(x)$
у графік функції $y = f(kx)$



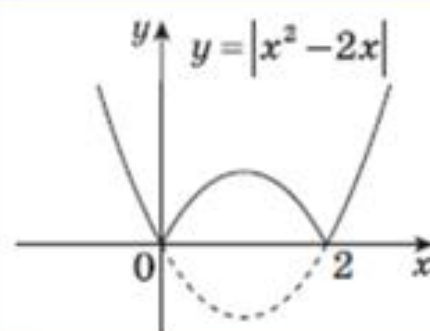
Графік функції $y = f(kx)$, де $k > 0$, одержують із графіка функції $y = f(x)$: стисканням його до осі Oy у k разів, якщо $k > 1$; розтягненням його від осі Oy у $\frac{1}{k}$ разів, якщо $0 < k < 1$.

Перетворення графіка функції $y = f(x)$
у графік функції $y = kf(x)$



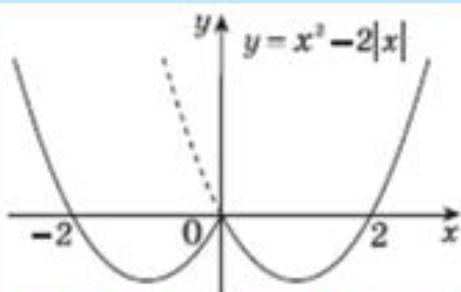
Графік функції $y = kf(x)$, де $k > 0$, одержують із графіка функції $y = f(x)$: розтягненням його від осі Ox у k разів, якщо $k > 1$; стисканням до осі Ox у $\frac{1}{k}$ разів, якщо $0 < k < 1$.

Перетворення графіка функції $y = f(x)$
у графік функції $y = |f(x)|$



Графік функції $y = |f(x)|$ одержують із графіка функції $y = f(x)$ так: вище від осі Ox (і на самій осі) залишають його без змін; нижче від осі Ox симетрично відображають його відносно осі Ox .

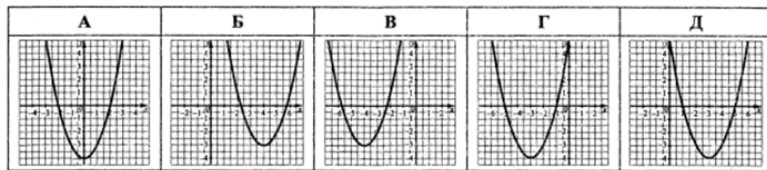
Перетворення графіка функції $y = f(x)$
у графік функції $y = f(|x|)$



Графік функції $y = f(|x|)$ одержують із графіка функції $y = f(x)$ так: праворуч від осі Oy (і на самій осі) залишають без змін і симетрично відображають цю частину відносно осі Oy .

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

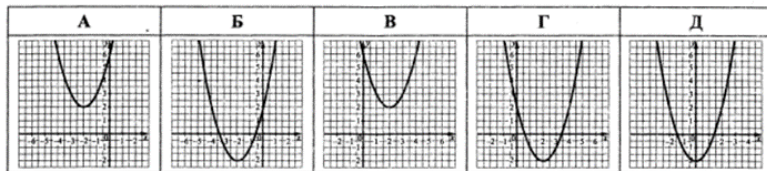
Приклад 1. Серед наведених графіків укажіть графік функції $y = (x+3)^2 - 4$.



● Графік заданої функції можна одержати, здійснивши паралельне перенесення графіка функції $y = x^2$ на 3 одиниці ліворуч уздовж осі x і вниз на 4 одиниці вздовж осі y .

Відповідь: Г. ●

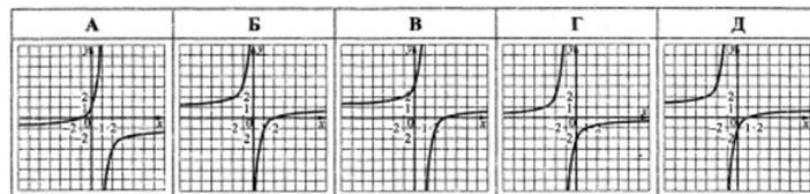
Приклад 2. Серед наведених графіків укажіть графік функції $y = x^2 - 4x + 6$.



● Виконаємо перетворення: $x^2 - 4x + 6 = x^2 - 4x + 4 + 2 = (x-2)^2 + 2$. Тоді графік заданої функції можна одержати, здійснивши паралельне перенесення графіка функції $y = x^2$ на 2 одиниці праворуч уздовж осі x і вгору на 2 одиниці вздовж осі y .

Відповідь: В. ●

Приклад 5. Серед наведених графіків укажіть графік функції $y = \frac{x-1}{x+1}$.



● Здійснимо перетворення у формулі, якою задається графік:

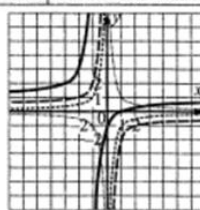
$\frac{x-1}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$. Графік заданої функції можна одержати, виконавши такі

кроки: 1) здійснити симетрію графіка функції $y = \frac{1}{x}$ відносно осі x , отрима-

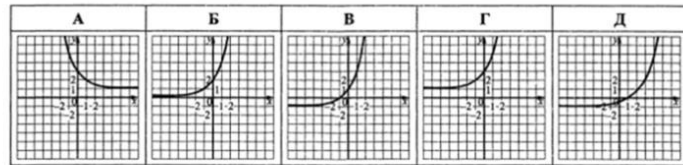
ем графік функції $y = -\frac{1}{x}$; 2) розтягнути одержаний графік у 2 рази від осі

x ; 3) виконати паралельне перенесення одержаного графіка ліворуч на 1 одиницю вздовж осі x та вгору на 1 одиницю вздовж осі y .

Відповідь: Д. ●



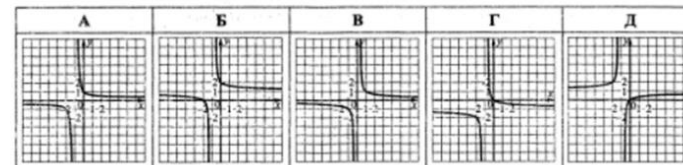
Приклад 3. Серед наведених графіків укажіть графік функції $y = 2^{x+1} + 1$.



● Графік заданої функції можна одержати, виконавши паралельне перенесення графіка функції $y = 2^x$ на 1 одиницю ліворуч уздовж осі x і вгору на 1 одиницю вздовж осі y .

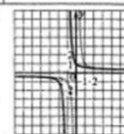
Відповідь: Г. ●

Приклад 4. Серед наведених графіків укажіть графік функції $y = \frac{1}{x+1}$.

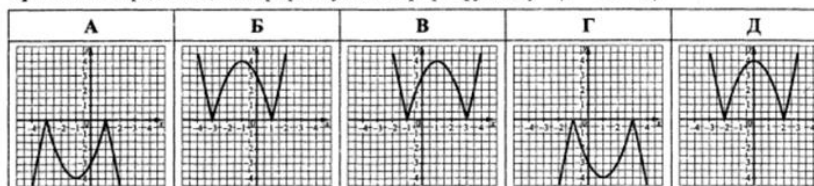


● Графік заданої функції можна одержати, здійснивши паралельне перенесення графіка функції $y = \frac{1}{x}$ ліворуч на 1 одиницю вздовж осі x .

Відповідь: А. ●

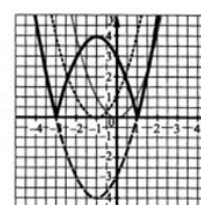


Приклад 6. Серед наведених графіків укажіть графік функції $y = |x^2 + 2x - 3|$.

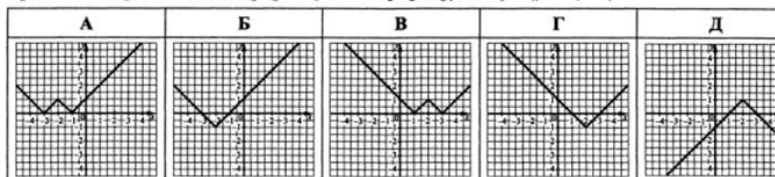


● Здійснимо перетворення у формулі, якою задається графік: $x^2 + 2x - 3 = x^2 + 2x + 1 - 4 = (x+1)^2 - 4$. Побудуємо спочатку графік функції $y = (x+1)^2 - 4$. Його можна одержати з графіка функції $y = x^2$, виконавши паралельне перенесення графіка на 1 одиницю ліворуч уздовж осі x та на 4 одиниці вниз уздовж осі y . Для одержання графіка заданої функції потрібно симетрично відобразити відносно осі x ту частину графіка $y = (x+1)^2 - 4$, яка міститься під віссю x .

Відповідь: Б. ●



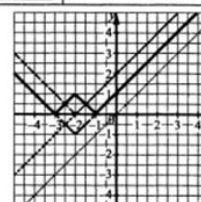
Приклад 7. Серед наведених графіків укажіть графік функції $y = ||x+2| - 1|$.



● Для одержання графіка виконаємо такі перетворення:

1) графік функції $y = x$ паралельно перенесемо ліворуч на 2 одиниці вздовж осі x ; 2) симетрично відобразимо відносно осі x ту частину одержаного графіка, що міститься під віссю x ; 3) паралельно перенесемо графік униз на 1 одиницю вздовж осі y ; 4) симетрично відобразимо відносно осі x ту частину одержаного графіка, що міститься під віссю x .

Відповідь: А. ●



ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Установіть відповідність між початком речення (1—4) та його закінченням (А—Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

Закінчення речення

- 1 Графік функції $y = 5 - x$
- 2 Графік функції $y = 2x + 3$
- 3 Графік рівняння $2x + 6 = 0$
- 4 Графік функції $y = x - 4$

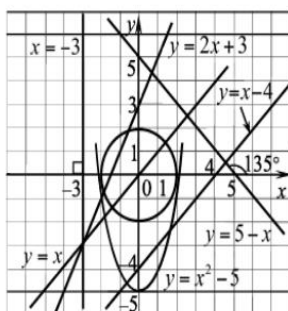
- А не перетинає вісь y .
- Б не має спільних точок з графіком функції $y = x^2 - 5$.
- В утворює з додатним напрямом осі x тупий кут.
- Г паралельний прямій $y - x = 0$.
- Д перетинає коло, задане рівнянням $x^2 + y^2 = 4$.

Це завдання перевіряє вміння будувати графіки лінійних та квадратичних функцій, кола, заданого рівнянням, встановлювати кількість точок перетину прямої з колом та прямої з параболою. Для розв'язання завдання потрібно також знати властивості лінійної функції $y = kx + b$ та умову паралельності прямих.

Зобразимо в прямокутній системі координат xOy на площині графіки заданих рівнянь.

Графіком функції $y = x^2 - 5$ є парабола з вершиною у точці $(0; -5)$,

симетрична відносно осі ординат, вітки параболи напрямлені вгору, вісь абсцис перетинає у точках $(-\sqrt{5}; 0)$ та $(\sqrt{5}; 0)$ (див. рисунок).



Графіком рівняння $x^2 + y^2 = R^2$ є коло з центром у початку координат і радіусом R . Отже,

графіком рівняння $x^2 + y^2 = 4$ є коло з центром у початку координат і радіусом 2 (див. рисунок).

Графіком лінійної функції $y = kx + b$ є пряма. Щоб побудувати пряму, достатньо знати координати двох її точок. Якщо кутовий коефіцієнт $k > 0$, то пряма утворює з додатним напрямом осі абсцис гострий кут, якщо $k < 0$, то — тупий кут, якщо $k = 0$, то пряма паралельна осі абсцис. Параметр b — початкова ордината точки перетину прямої з віссю ординат (якщо $x = 0$, то $y = b$). Побудуємо графіки функцій $y = 5 - x$, $y = 2x + 3$ та $y = x - 4$. Пряма, задана рівнянням $y = 5 - x$, має від'ємний кутовий коефіцієнт $k = -1$, тому вона утворює з додатним напрямом осі x тупий кут, причому цей кут становить 135° , оскільки $\tan 135^\circ = -1$. Отже, 1 — В.

Графік функції $y = 2x + 3$ проходить через точки $(-1, 5; 0)$ та $(0; 3)$. Оскільки точка $(-1, 5; 0)$ лежить усередині заданого кола, то пряма перетинає коло.

Отже, 2 — Д.

Графік функції $y = x - 4$ і пряма $y - x = 0$, тобто $y = x$ мають рівні кутові коефіцієнти, кожна з цих прямих утворює з додатним напрямом осі x кут 45° .

Отже, 4 — Г.

Графіком рівняння $x = a$ є пряма, що паралельна осі ординат і перетинає вісь абсцис у точці $(a; 0)$. Отже, графіком рівняння $2x + 6 = 0$, тобто $x = -3$, є

пряма, що паралельна осі ординат і яка проходить через точку $(-3; 0)$.

Тому 3 — А.

Зазначимо, що кожна з прямих, що задані в (1 — 4), перетинає задану параболу. Отже, варіант Б не може бути закінченням речення для жодного з початків речення (1 — 4).

Відповідь: 1 — В, 2 — Д, 3 — А, 4 — Г.

Графіком однієї з наведених функцій є пряма. Укажіть цю функцію.

А	Б	В	Г	Д
$y = 2^x$	$y = x^2 - 2x$	$y = \cos(2x)$	$y = 2x$	$y = \frac{2}{x}$

ЗНО_2016

Це завдання перевіряє знання графіків основних елементарних функцій.

Пряма є графіком лінійної функції, тобто функції, заданої рівнянням $y = kx + b$, де k, b — числа. Серед наведених функцій лінійною є лише функція $y = 2x$.

Цю функцію отримаємо, якщо в рівнянні $y = kx + b$ покласти $k = 2$ і $b = 0$.

Відповідь — Г.

ВІДЕО БЛОК

**Скористайтесь
порадами з
відео розбору
завдань!**



ТРЕНУВАЛЬНИЙ БЛОК

Запрошуємо вас
скористатися онлайн-
тренажерами для
ефективної підготовки до
НМТ з математики —
тренуйтеся, перевіряйте
знання та впевнено йдіть
до мети!



САМОСТІЙНИЙ БЛОК

Завдання 1 (Вибір однієї правильної відповіді):

Графік якої з наведених функцій проходить через точку (2; -1)?

А) $y=x-3$ Б) $y=-x+1$ В) $y=x^2-5$ Г) $y=x^2$

Завдання 2 (Вибір однієї правильної відповіді):

Яка з наведених функцій є непарною?

А) $y=x^2+1$ Б) $y=(x-1)^2$ В) $y=x^3$ Г) $y=|x|+x$

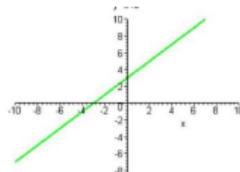
Завдання 3 (Установіть відповідність):

Установіть відповідність між функціями (1-4) та їхніми графіками (А-Д).

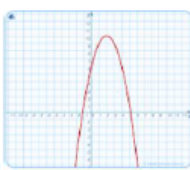
1. $y=x+2$ 2. $y=-x^2+1$ 3. $y=1/x$ 4. $y=2^x$



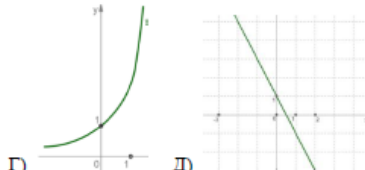
А)



Б)



В)



Г)

Д)

Завдання 4 (Заповніть пропуски):

Область визначення функції $y=4-x$ записується у вигляді проміжку: _____.

Завдання 5 (Вибір однієї правильної відповіді):

Графік функції $y=f(x)$ паралельно перенесли на 3 одиниці вправо і на 2 одиниці вгору. Яка формула описує отриманий графік?

А) $y=f(x+3)+2$ Б) $y=f(x-3)+2$ В) $y=f(x+3)-2$ Г) $y=f(x-3)-2$

Завдання 6 (Установіть відповідність):

Установіть відповідність між перетвореннями графіка функції $y=x^2$ (1-4) та отриманими функціями (А-Д).

1. Відображення відносно осі Ох
2. Паралельне перенесення на 2 одиниці вліво
3. Розтягнення вздовж осі Оу у 3 рази
4. Стиснення вздовж осі Ох у 2 рази

А) $y=(2x)^2$ Б) $y=-(x^2)$ В) $y=3x^2$ Г) $y=(x+2)^2$ Д) $y=(x-2)^2$

Ключі до завдань:

1. Г (Підставляємо $x=2$ у кожну функцію і перевіряємо, чи отримуємо $y=-1$)
2. В (Непарна функція задовольняє умову $f(-x)=-f(x)$)
3. 1 - Б, 2 - В, 3 - А, 4 - Г
4. $(-\infty; 4]$ (Підкореневий вираз має бути невід'ємним)
5. Б (Перенесення вправо змінює аргумент на $(x-a)$, перенесення вгору додає константу до функції)
6. 1 - Б, 2 - Г, 3 - В, 4 - А

ПОРАДНИК

Друзі, тема "Функції, їх властивості, графіки і перетворення" є однією з ключових у шкільному курсі математики та обов'язково зустрінеться на НМТ. Щоб успішно впоратися із завданнями з цієї теми, запам'ятайте та використовуйте наступні поради:

1. Теоретична база - ваш фундамент:

- **Визначення та основні поняття:** Чітко розумійте, що таке функція, аргумент, значення функції, область визначення, область значень.
- **Види функцій та їхні графіки:** Обов'язково вивчіть основні види функцій (лінійна, квадратична, степенева, обернена пропорційність, показникові, логарифмічні, тригонометричні) та вмійте швидко впізнавати їхні графіки за формулою. Звертайте увагу на характерні точки (перетин з осями, вершини парабол, асимптоти тощо).
- **Властивості функцій:** Ретельно опрацюйте поняття монотонності (зростання, спадання), парності та непарності, періодичності, обмеженості, нулів функції, проміжків знакосталості. Вмійте визначати ці властивості як за формулою, так і за графіком.
- **Перетворення графіків:** Ключова частина теми! Досконало розумійте, як додавання/віднімання константи до функції або аргументу, а також множення функції або аргументу на константу впливає на графік (паралельне перенесення, розтяг/стискання, відображення).

2. Практика - шлях до майстерності:

- **Розв'язуйте якомога більше різноманітних завдань:** Починайте з простих вправ на визначення властивостей за графіком чи формулою, поступово переходьте до складніших завдань на побудову графіків та їх перетворення.
- **Аналізуйте графіки:** Навчіться "читати" графіки функцій. Визначайте за графіком область визначення, область значень, нулі, проміжки монотонності та знакосталості, парність/непарність.
- **Зв'язуйте формулу та графік:** Тренуйтеся у встановленні відповідності між аналітичним заданням функції та її графічним зображенням.
- **Використовуйте GeoGebra та інші графічні інструменти:** Ці програми допоможуть вам візуалізувати функції та їх перетворення, краще зрозуміти їхні властивості та перевіряти свої розв'язки. Але пам'ятайте, на НМТ їх не буде, тому головне - розуміння принципів.

3. Стратегії на НМТ:

- **Уважно читайте умову завдання:** Звертайте увагу на всі деталі та запитання. Іноді потрібно знайти не сам графік, а певну його характеристику.
- **Використовуйте метод виключення:** Якщо ви не впевнені у правильній відповіді, спробуйте виключити ті варіанти, які точно не підходять за властивостями функції або її графіком.
- **Робіть схематичні начерки графіків:** Навіть якщо не потрібно будувати точний графік, швидкий начерк допоможе вам зорієнтуватися у властивостях функції після перетворення.
- **Перевіряйте свої відповіді:** Якщо є час, перегляньте свої розв'язки, особливо у завданнях на відповідність.

4. Фокус на ключових моментах:

- **Квадратична функція:** Парабола, її вершина, вісь симетрії, напрямки віток, нулі.
- **Лінійні функції:** Пряма, її кутовий коефіцієнт та вільний член, їхній вплив на графік.
- **Обернена пропорційність:** Гіпербола, асимптоти.
- **Перетворення графіків:** Особливо важливі паралельні перенесення вздовж осей та відображення.

Пам'ятайте, що розуміння основних принципів та велика кількість практики - запорука успіху на НМТ з теми "Функції, їх властивості, графіки і перетворення". Бажаю вам наполегливості та впевненості у своїх знаннях! У вас все вийде!