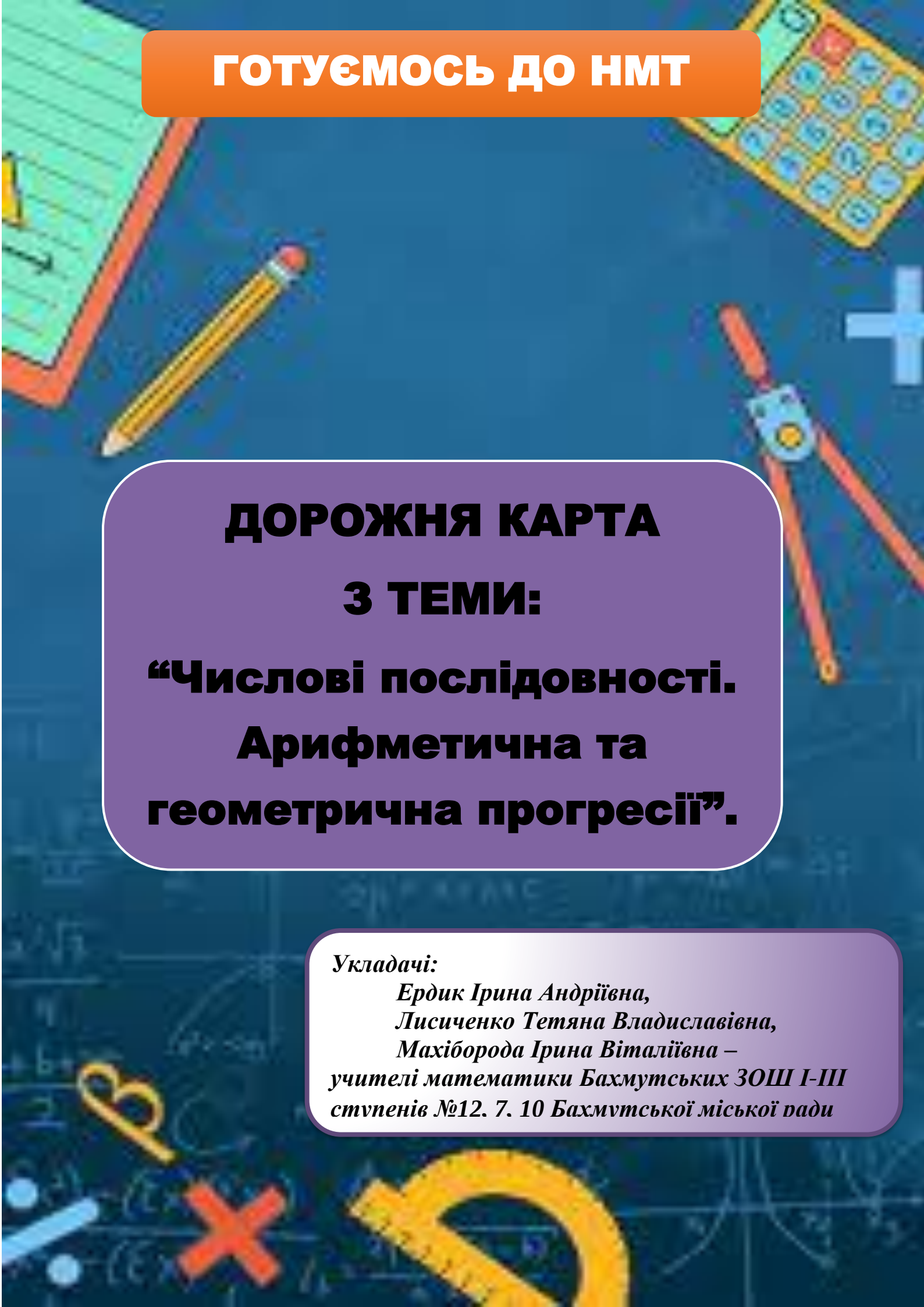




**ГОТУЄМОСЬ ДО НМТ**

## **ДОРОЖНЯ КАРТА**

### **З ТЕМИ:**

**“Числові послідовності.  
Арифметична та  
геометрична прогресії”.**

**Укладачі:**

*Ердик Ірина Андріївна,  
Лисиченко Тетяна Владиславівна,  
Махіборода Ірина Віталіївна –  
учителі математики Бахмутських ЗОШ І-ІІІ  
ступенів №12. 7. 10 Бахмутської міської ради*

# ПРАКТИЧНИЙ БЛОК



## 1. Означення.

**Числовою послідовністю називається** числова функція, що визначена на множині всіх натуральних чисел чи на підмножині перших її  $n$  елементів.

**Членами послідовності  $(a_n)$**  називають числа, які утворюють дану послідовність: число  $a_1$  — перший член;  $a_2$  — другий член;  $a_3$  — третій членом і т.д.

Число  $a_n$  називають  $n$ -м членом послідовності.

**Областю визначення** цієї функції є множина натуральних чисел  $N$  чи її підмножина, а **областю значень** — деяка множина дійсних чисел  $R$ .

## 2. Позначення:

$(a_n)$  — числова послідовність  $a_n$  —  $n$ -ий член послідовності,  $n$  — номер члена послідовності,  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  — запис послідовності.

3. Послідовність, що має скінчене число членів, називається **скінченною** числовою послідовністю.

Послідовність, що має нескінченне число членів, називається **нескінченною** числовою послідовністю.

4. **Послідовність  $(a_n)$  називається зростаючою**, якщо кожний її член, починаючи з другого, більше попереднього, тобто  $a_{n+1} > a_n$ .

5. **Послідовність  $(a_n)$  називається спадною**, якщо кожний її член, починаючи з другого, менше попереднього, тобто  $a_{n+1} < a_n$ .

6. **Послідовність  $(a_n)$  називається незростаючою**, якщо кожний її член, починаючи з другого, не більше попереднього, тобто  $a_{n+1} \leq a_n$ .

7. **Послідовність  $(a_n)$  називається неспадною**, якщо кожний її член, починаючи з другого, не менше попереднього, тобто  $a_{n+1} \geq a_n$ .

## Наприклад.

**№1.** Числову послідовність задано формулою  $a_n = 2n + 1$ . Знайти перші три члени цієї послідовності.

**Розв'язання.** Застосуємо формулу  $a_n = 2n + 1$ , тоді:

якщо  $n = 1$ , то  $a_1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$ ;

якщо  $n = 2$ , то  $a_2 = 2 \cdot 2 + 1 = 5$ ;

якщо  $n = 3$ , то  $a_3 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$ .

**Відповідь.**  $a_1 = 3$ ;  $a_2 = 5$ ;  $a_3 = 7$

# ПРАКТИЧНИЙ БЛОК



**Арифметичною прогресією називається**  
числова послідовність  $(a_n)$ ,  
кожний член якої, починаючи з другого,  
дорівнює попередньому,  
до якого додають одне й те саме число  $d$ .

$$a_2 = a_1 + d, a_3 = a_2 + d, a_4 = a_3 + d, \dots$$

$d$  – різниця арифметичної прогресії,  $a_1$  – перший член прогресії.

**Формула  $n$ -го члена**  
арифметичної прогресії:  
$$a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$$

**Формули суми  $n$  перших членів**  
арифметичної прогресії:

$$S_n = \frac{a_n + a_1}{2} \cdot n$$
$$S_n = \frac{2a_1 + d \cdot (n-1)}{2} \cdot n$$

**Характеристична властивість**  
**арифметичної прогресії:**  
Будь-який член арифметичної  
прогресії, починаючи з другого,  
дорівнює півсумі  
рівновіддалених від нього  
членів.

$$a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}, \quad n > k;$$
$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}.$$

**Приклад 1.** В арифметичній прогресії  $a_1 = 4$ ;  $d = 3$ . Знайти  $a_{20}$ .  
**Розв'язання.**

За формулою  $n$ -го члена маємо:  $a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$ .

Тоді  $a_{20} = a_1 + 19d = 4 + 19 \cdot 3 = 4 + 57 = 61$

**Відповідь.**  $a_{20} = 61$ .

**Приклад 2.** В арифметичній прогресії  $a_{19} = 8$ ,  $d = -1$ . Знайти  $a_1$ .  
**Розв'язання.**

За формулою  $n$ -го члена маємо:  $a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$ .

Тоді:  $a_{19} = a_1 + 18d$ .

Складемо та розв'яжемо рівняння:

$$8 = a_1 + 18 \cdot (-1)$$

$$a_1 - 18 = 8$$

$$a_1 = 8 + 18$$

$$a_1 = 26$$

**Відповідь.**  $a_1 = 26$ .

# ПРАКТИЧНИЙ БЛОК



**Геометричною прогресією називається** числова послідовність  $(b_n)$  відмінних від нуля чисел, кожний член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому, помноженому на одне й те саме число, яке не дорівнює нулю.  $(b_n)$ :  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ ,

**Це число називається знаменником** геометричної прогресії і позначається  $q$ .

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}; \quad b_{n+1} = b_n q; \quad n \in \mathbb{N}.$$

**Формула  $n$ -го члена** геометричної прогресії:

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

**Геометрична прогресія називається зростаючою**, якщо її знаменник  $q > 1$ .

**Формула суми  $n$  перших членів** геометричної прогресії:

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}, \quad q \neq 1.$$

**Сума нескінченної** геометричної прогресії

$$S = \frac{b_1}{1 - q} \text{ при } |q| < 1.$$

**Характеристична властивість** геометричної прогресії:

Квадрат будь-якого члена геометричної прогресії, починаючи з другого, дорівнює добутку попереднього і наступного членів:

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}, \text{ або } |b_n| = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}.$$

**Наприклад.** У геометричній прогресії  $(b_n)$  дано:  $b_1 = 5$ ,  $q = 2$ . Знайти:  $b_{10}$ .

**Розв'язання.** За формулою  $n$ -го члена маємо:  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ , тоді

$$b_{10} = b_1 q^{10-1}, \quad b_{10} = 5 \cdot 2^9 = 2560.$$

**Відповідь.**  $b_{10} = 2560$ .

# ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

**Приклад:** Арифметична прогресія

**№1.** Знайти суму дванадцяти членів арифметичної прогресії  $(a_n)$ :  $-5; -4,5; -3; \dots$

**Дано:** арифметична прогресія  $(a_n)$ :  $a_1 = -5; a_2 = -4,5; a_3 = -3; n = 12$

**Знайти:**  $S_{12}$

**Розв'язання.** Знайдемо  $d$ .  $d = a_2 - a_1 = -4,5 - (-5) = -4,5 + 5 = 0,5$ .

**I спосіб:** Скористаємось **формулою суми  $n$  перших членів через  $a_1$  і  $a_n$ :**

1) За формулою  $n$ -го члена знайдемо  $a_{12}$ .

$$a_n = a_1 + d \cdot (n - 1), \text{ тоді } a_{12} = a_1 + 11d = -5 + 11 \cdot 0,5 = 0,5.$$

2) За формулою суми  $n$  перших членів арифметичної прогресії маємо:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, \text{ тоді } S_{12} = \frac{a_1 + a_{12}}{2} \cdot 12 = \frac{-5 + 0,5}{2} \cdot 12 = -27$$

**Відповідь.**  $S_n = -27$

**II спосіб:** Скористаємось **формулою суми  $n$  перших членів через  $a_1$  і  $d$**

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

Підставляємо відомі значення:

$$S_{12} = \frac{2a_1 + 11d}{2} \cdot 12 = \frac{2 \cdot (-5) + 11 \cdot 0,5}{2} \cdot 12 = -27$$

**Відповідь.**  $S_n = -27$

**Приклад** Геометрична прогресія

Перший та сьомий члени геометричної прогресії дорівнюють відповідно 81 та знайти її знаменник  $q$ .

**Дано:**  $(b_n)$ :  $b_1 = 81, b_7 = \frac{64}{9}$ .

**Знайти:**  $q$

**Розв'язання.**

За формулою  $n$ -го члена геометричної прогресії маємо:  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ , тоді:

$$b_7 = b_1 q^6; \frac{64}{9} = 81 \cdot q^6; q^6 = \frac{64}{9 \cdot 81}; q^6 = \left(\frac{2}{3}\right)^6.$$

$$\text{А якщо } q^6 = \left(\frac{2}{3}\right)^6, \text{ то } q = \frac{2}{3} \text{ або } q = -\frac{2}{3}.$$

**Відповідь.**  $\frac{2}{3}$  або  $-\frac{2}{3}$ .

# ВІДЕО БЛОК

Послідовності



Арифметична  
прогресія та її  
властивості



Формула  $n$ -го члена  
арифметичної  
прогресії



Формули суми  
перших  $n$  членів  
арифметичної  
прогресії



Геометрична прогресія,  
її властивості



Формула  $n$ -го члена  
геометричної прогресії



Формули суми перших  
 $n$  членів геометричної  
прогресії



# ВІДЕО БЛОК

Задачі на  
прогресію



**Скористайтесь  
порадами з  
відео розбору  
завдань!**



Задачі на знаходження  
суми нескінченної  
геометричної прогресії



## ТРЕНУВАЛЬНИЙ БЛОК

**Запрошуємо вас скористатися  
онлайн-тренажерами для  
ефективної підготовки до НМТ  
з математики — тренуйтеся,  
перевіряйте знання та  
впевнено йдіть до мети!**



# САМОСТІЙНИЙ БЛОК

[vseosvita.ua/go](https://vseosvita.ua/go)

Код:

**gao777**



[vseosvita.ua/go](https://vseosvita.ua/go)

Код:

**cri840**

