

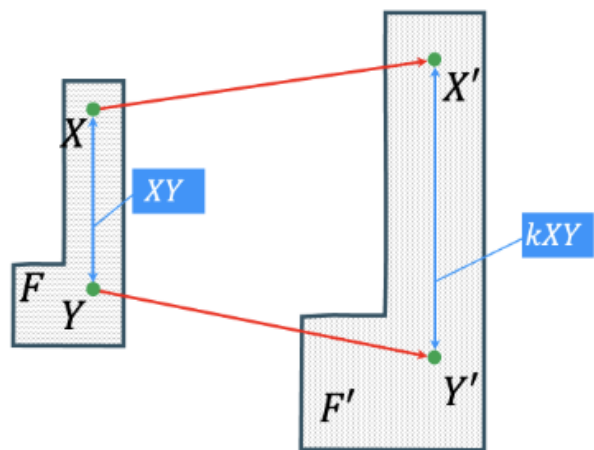


ГОТУЄМОСЬ ДО НМТ

ДОРОЖНЯ КАРТА
З ТЕМИ:
«Подібність фігур»

Укладач: Кубрак Ганна Вячеславівна
Великоновосілівський ЗЗСО І-ІІІ ст. №2
Великоновосілівської селищної ради
Волноваського району Донецької області

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК



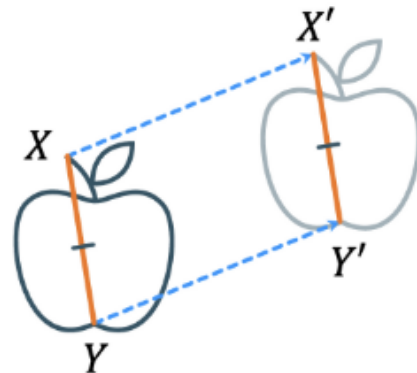
Перетворення подібності (подібність) – це таке перетворення фігури F у фігуру F' , унаслідок якого перетворені відстані між точками змінюються в тому самому відношенні k ($k > 0$)

Тобто якщо дві довільні точки X і Y фігури F унаслідок перетворення подібності переходять у точки X' і Y' фігури F' , то $X'Y' = kXY$
 k – коефіцієнт подібності

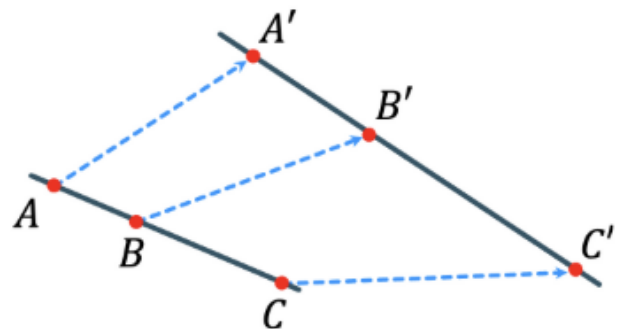
Дві фігури називаються **подібними**, якщо вони переводяться одна в одну перетворенням подібності.

Властивості перетворення подібності

1. Переміщення можна розглядати як перетворення подібності з коефіцієнтом $k = 1$



2. При перетворенні подібності точки, що лежать на прямій, переходять у точки, що лежать на прямій, і зберігається порядок їх взаємного розташування



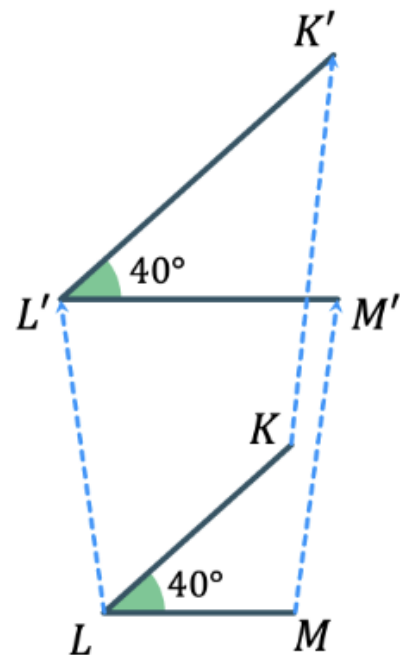
Наслідок

Перетворення подібності переводить прямі у прямі, промені – у промені, відрізки – у відрізки

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Властивості перетворення подібності

3. При перетворенні подібності кут переходить у рівний йому кут



Властивості подібних фігур

1. Кожна фігура подібна сама собі з коефіцієнтом 1

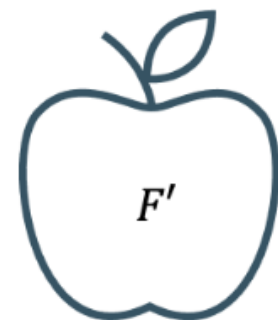


$$\frac{F}{F} \sim \frac{1}{1}$$

2. Якщо фігура F' подібна фігурі F з коефіцієнтом k , то фігура F подібна фігурі F' з коефіцієнтом $\frac{1}{k}$



$$\frac{F}{F'} \sim \frac{2}{1}$$

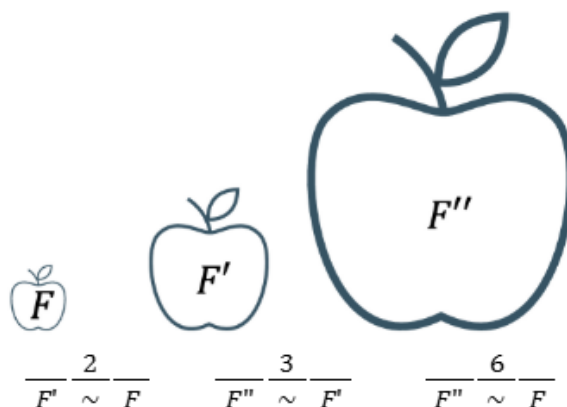


$$\frac{F'}{F} \sim \frac{1}{2}$$

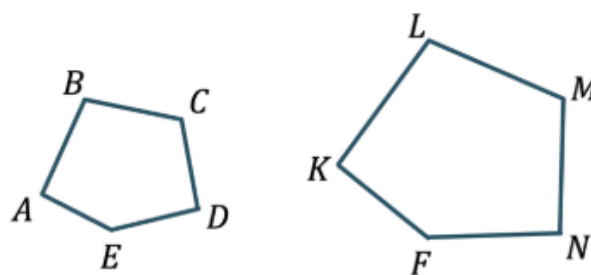
ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Властивості подібних фігур

3. Якщо фігура F' подібна фігурі F з коефіцієнтом k_1 , а фігура F'' подібна фігурі F' з коефіцієнтом k_2 , то фігура F'' подібна фігурі F з коефіцієнтом $k_1 k_2$



4. У подібних багатокутників відповідні кути рівні, а відповідні сторони пропорційні



5. Правильні багатокутники з однаковою кількістю сторін подібні

Периметри подібних багатокутників відносяться як відповідні сторони цих багатокутників

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Площі подібних багатокутників

Теорема (про площі подібних багатокутників)

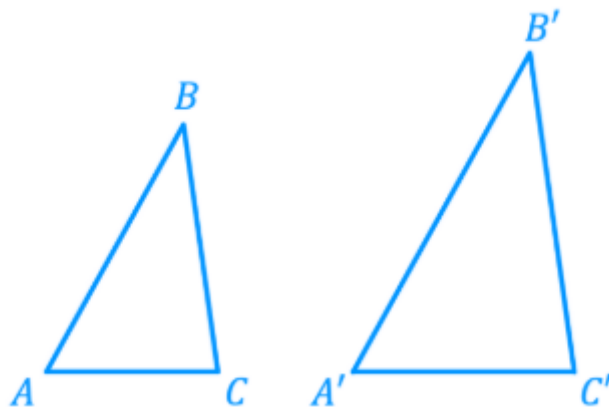
Площі подібних багатокутників відносяться як квадрати їх відповідних лінійних розмірів

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2}$$

Наслідок

Відношення площ подібних багатокутників дорівнює квадрату коефіцієнта подібності

$$\frac{S_1}{S_2} = k^2$$



$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1}} = \frac{AB^2}{(A'B')^2} = \frac{BC^2}{(B'C')^2} = \frac{AC^2}{(A'C')^2}$$

$$\frac{\Delta ABC}{\Delta A'B'C'} \sim k \rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = k^2$$

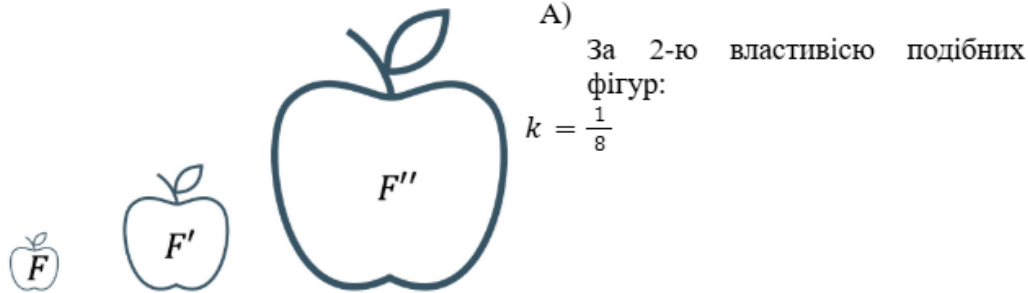
ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

№1

А) Фігура F' подібна фігурі F з коефіцієнтом 8. З яким коефіцієнтом фігура F подібна фігурі F' ?

Б) Фігура F' подібна фігурі F'' з коефіцієнтом $\frac{1}{4}$, а фігура F подібна фігурі F' з коефіцієнтом $\frac{1}{3}$. З яким коефіцієнтом фігура F подібна фігурі F'' ?

Розв'язання:



Б)

За 3-ю властивістю подібності фігур:

$$k_1 = \frac{1}{4}, k_2 = \frac{1}{3}$$

$$k = k_1 \cdot k_2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

Відповідь: А) фігура F подібна фігурі F' з коефіцієнтом

$k = \frac{1}{8}$; Б) фігура F подібна фігурі F'' з коефіцієнтом $k = \frac{1}{12}$

№2

Периметри двох правильних п'ятикутників відносяться як 2:5. Сторона п'ятикутника з більшим периметром дорівнює 15 см. Знайдіть сторону п'ятикутника з меншим периметром.

Розв'язання:

Так як периметри подібних багатокутників відносяться як відповідні сторони цих багатокутників:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{5} \rightarrow \frac{a_1}{15} = \frac{2}{5} \rightarrow a_1 = \frac{2 \cdot 15}{5} = 6 \text{ (см)}$$

Відповідь: 6 см

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

№3

На кресленні, виконаному в масштабі 1: 1000, зображено прямокутну земельну ділянку зі сторонами 8 см і 7 см. Знайдіть площу цієї ділянки.

Розв'язання:

Так як масштаб креслення 1: 1000, то сторони ділянки:

$$8 \text{ см} \cdot 1000 = 8000 \text{ см} = 8 \text{ м}$$

$$7 \text{ см} \cdot 1000 = 7000 \text{ см} = 7 \text{ м}$$

Знайдемо площу прямокутника зі сторонами 8 м і 7 м:

$$S = 8 \cdot 7 = 56 \text{ м}^2$$

Відповідь: 56 м^2

№4

Чотирикутники $ABCD$ і $A'B'C'D'$ подібні $\angle A = 97^\circ$, $\angle B' = 113^\circ$, $\angle C = 80^\circ$. Знайдіть невідомі кути обох чотирикутників.

Розв'язання:

За 3-ю властивістю перетворення подібності:

$$\angle A = \angle A' = 97^\circ$$

$$\angle B = \angle B' = 113^\circ$$

$$\angle C = \angle C' = 80^\circ$$

За теоремою про суму кутів чотирикутника:

$$\angle D = \angle D' = 360^\circ - (97^\circ + 113^\circ + 80^\circ) = 70^\circ$$

Відповідь: $\angle D = \angle D' = 70^\circ$

№5

Два прямокутники подібні. Сторони одного з них дорівнюють 4 см і 8 см, а одна зі сторін другого – 16 см. Знайдіть іншу сторону другого прямокутника. Скільки розв'язків і способів розв'язання має задача?

Розв'язання:



I спосіб

Нехай сторони одного прямокутника:

$$a = 4 \text{ см}$$

$$b = 8 \text{ см}$$

Можливі два випадки подібного йому прямокутника:

$$a_1 = 16 \text{ см або } b_1 = 16 \text{ см}$$

Знайдемо коефіцієнт подібності для обох випадків:

$$k_1 = \frac{a_1}{a} = \frac{16}{4} = 4 \quad k_2 = \frac{b_1}{b} = \frac{16}{8} = 2$$

$$b_1 = k_1 b = 4 \cdot 8 = 32 \quad a_1 = k_2 a = 2 \cdot 4 = 8$$

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

II спосіб

Нехай сторони одного прямокутника:

$$a = 4 \text{ см}$$

$$b = 8 \text{ см}$$

Можливі два випадки подібного йому прямокутника:

$$a_1 = 16 \text{ см або } b_1 = 16 \text{ см}$$

$$1) a_1 = 16$$

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} \rightarrow \frac{4}{16} = \frac{8}{b_1} \rightarrow b_1 = \frac{8 \cdot 16}{4} = 32 \text{ см}$$

$$2) b_1 = 16 \text{ см}$$

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} \rightarrow \frac{4}{a_1} = \frac{8}{16} \rightarrow a_1 = \frac{4 \cdot 16}{8} = 8 \text{ см}$$

Відповідь: 8 см або 32 см

№6

Периметри подібних п'ятикутників відносяться як як 5: 6, а сума їх найбільших сторін дорівнює 165 см. Знайдіть сторони обох п'ятикутників, якщо відношення одного з них дорівнює 2: 3: 3: 4: 15

Розв'язання:

Так як дані п'ятикутники подібні, то відношення їх сторін є однаковим.

Нехай сторони першого п'ятикутника:

2a см, 3a см, 3a см, 4a см, 15a см

Тоді сторони другого п'ятикутника:

2b см, 3b см, 3b см, 4b см, 15b см

Так як периметри подібних багатокутників відносяться як відповідні сторони

цих багатокутників і за умовою $\frac{P_1}{P_2} = \frac{5}{6}$, то:

$$\frac{15a}{15b} = \frac{5}{6} \rightarrow b = \frac{6}{5}a$$

За умовою:

$$15a + 15b = 165$$

$$15a + 15 \cdot \frac{6}{5}a = 165$$

$$15a + 18a = 165$$

$$33a = 165$$

$$a = 5$$

Отже:

$$b = \frac{6}{5}a = \frac{6}{5} \cdot 5 = 6$$

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

№1

Сторона першого квадрата в 4 рази більша за сторону другого квадрата. У скільки разів площа другого квадрата менша за площу першого?

Розв'язання:

Будь які два квадрати завжди між собою подібні.

Отже, якщо $\frac{a_1}{a_2} = \frac{4}{1}$, то за теоремою про площі подібних багатокутників:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2} = \frac{4^2}{1^2} = \frac{16}{1}$$

Відповідь: площа другого квадрата менша за площу першого у 16 разів.

№2

Сторони двох правильних семикутників відносяться як 3:8. Як відносяться їх площі?

Розв'язання:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{8} \quad \frac{S_1}{S_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2} \mid \rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{3^2}{8^2} = \frac{9}{64}$$

Відповідь: $\frac{9}{64}$

№3

Як відносяться відповідні лінійні розміри двох подібних багатокутників, якщо їх площі відносяться як 25:7?

Розв'язання:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2} \quad \frac{S_1}{S_2} = \frac{25}{7} \mid \rightarrow \frac{a_1^2}{a_2^2} = \frac{25}{7} = \frac{5^2}{\sqrt{7}^2} \rightarrow \frac{a_1=5}{a_2=\sqrt{7}} \rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{\sqrt{7}}$$

Відповідь: як $5:\sqrt{7}$

№4

Площі двох правильних трикутників відносяться як 49:64. Як відносяться медіани цих трикутників?

Розв'язання:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{m_1^2}{m_2^2} \quad \frac{S_1}{S_2} = \frac{49}{64} \mid \rightarrow \frac{m_1^2}{m_2^2} = \frac{49}{64} = \frac{7^2}{8^2} \rightarrow \frac{m_1=7}{m_2=8} \rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{7}{8}$$

Відповідь: як 7:8

№5

Відповідні сторони двох подібних багатокутників відносяться як 3:4. Площа другого з них дорівнює 32 см^2 . Знайдіть площу першого багатокутника.

Розв'язання:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2}$$

$$\frac{S_1}{32} = \frac{3^2}{4^2}$$

$$\frac{S_1}{32} = \frac{9}{16} \rightarrow S_1 = \frac{9 \cdot 32}{16} = \frac{288}{16} = 18 \text{ см}^2$$

Відповідь: 18 см^2

ВІДЕО БЛОК



**Скористайтесь
порадами з
відео розбору
завдань!**



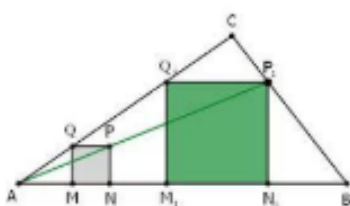
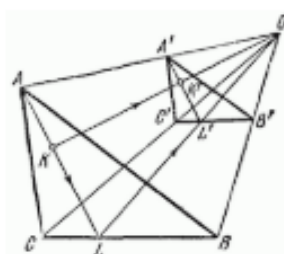
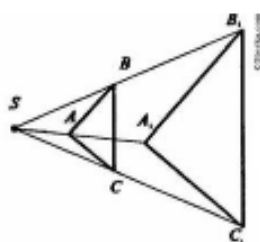
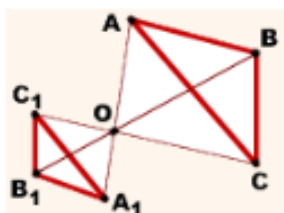
ТРЕНУВАЛЬНИЙ БЛОК

**Запрошуємо вас скористатися
онлайн-тренажерами для
ефективної підготовки до НМТ
з математики — тренуйтеся,
перевіряйте знання та
впевнено йдіть до мети!**

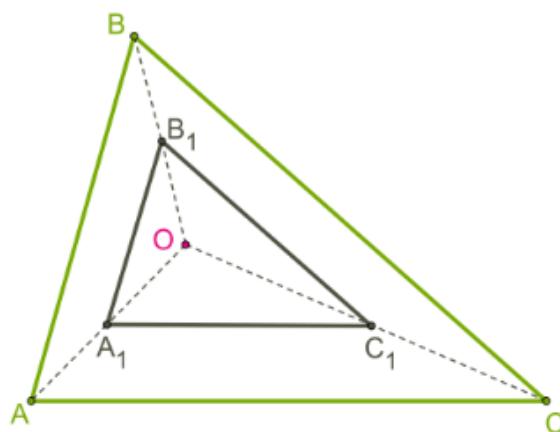


САМОСТІЙНИЙ БЛОК

На якому малюнку фігури подібні з коефіцієнтом подібності 2.



Знайдіть коефіцієнт подібності на малюнку. Якщо трикутник $A_1B_1C_1$ є образом трикутника ABC при цьому перетворенні.



- ☐ 2
- ☐ 0,5
- ☐ -2
- ☐ -0,5

САМОСТІЙНИЙ БЛОК

Сторони двох правильних семикутників відносяться як 4 : 6. Як відносяться їх площі?

- ☐ 4 : 6
- ☐ 16 : 36
- ☐ 2 : 3
- ☐ 8 : 12

Сторони двох правильних семикутників відносяться як 4 : 6. Як відносяться їх площі?

- ☐ 4 : 6
- ☐ 16 : 36
- ☐ 2 : 3
- ☐ 8 : 12

Площі подібних багатокутників відносяться як 16 : 36. Як відносяться їх сторони?

- ☐ 16 : 36
- ☐ 4 : 6
- ☐ 8 : 18

Площі двох квадратів відносяться як 9 : 4. Як відносяться діагоналі цих квадратів?

- ☐ 3 : 2
- ☐ 9 : 4
- ☐ 81 : 16

Периметри двох подібних трикутників відносяться як 8 : 9. Як відносяться їх площі?

- ☐ 8 : 9
- ☐ 64 : 81
- ☐ 4 : 9

САМОСТІЙНИЙ БЛОК

Відповідні сторони двох подібних багатокутників відносяться як 4 : 5. Площа першого з них 48 см^2 . Знайдіть площу другого багатокутника.

- ☐ 75 см^2
- ☐ 60 см^2
- ☐ 50 см^2
- ☐ $38,4 \text{ см}^2$

Площі двох подібних багатокутників відносяться як 25 : 4. Одна зі сторін меншого багатокутника дорівнює 20 см. Знайдіть відповідну їй сторону другого багатокутника.

- ☐ 50 см
- ☐ 125 см
- ☐ 8 см
- ☐ 32 см

Площа поля 16 га, а на карті поле займає площу 16 см^2 . Знайдіть масштаб карти.

- ☐ 1 : 1000
- ☐ 1 : 10000
- ☐ 1 : 100
- ☐ 1 : 100000

Площа поля 16 га, а на карті поле займає площу 16 см^2 . Знайдіть масштаб карти.

- ☐ 1 : 1000
- ☐ 1 : 10000
- ☐ 1 : 100
- ☐ 1 : 100000