



Готуємось до НМТ

Дорожня карта з теми: «Прямокутний трикутник»

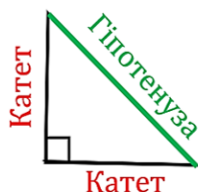
Укладач:
Івануха Тетяна
Володимирівна

Заклад загальної середньої освіти І-ІІІ ступенів № 10
Торецької міської військово-цивільної адміністрації
Бахмутського району Донецької області



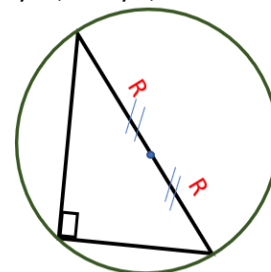
Теоретичний блок

Властивості

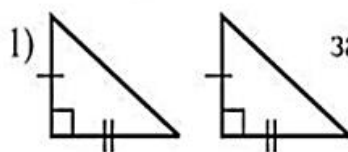


1. Сума гострих кутів дорівнює 90°
2. Якщо у прямокутному трикутнику один з гострих кутів дорівнює 30° , то протилежний цьому куту катет буде дорівнювати половині гіпотенузи.
3. Якщо катет прямокутного трикутника дорівнює половині гіпотенузи, то кут, що лежить проти цього катета, дорівнює 30° .

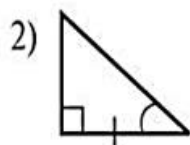
4. Медіана, проведена до гіпотенузи прямокутного трикутника, ділить його на два рівнобедрених трикутника, оскільки медіана дорівнює половині гіпотенузи.
5. Якщо описати коло навколо прямокутного трикутника, то гіпотенуза буде діаметром кола. Радіус кола описаного навколо прямокутного трикутника дорівнює половині гіпотенузи.



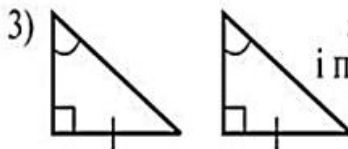
Ознаки рівності прямокутних трикутників



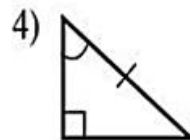
за 2 катетами;



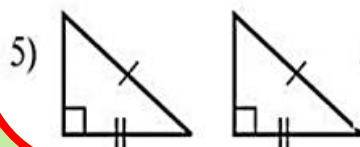
за катетом
і прилеглим
гострим кутом;



за катетом
і протилежним
кутом;



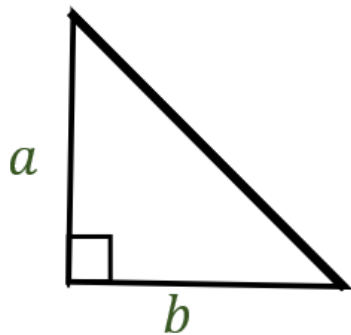
за гіпотенузою
і гострим кутом;



за гіпотенузою
і катетом

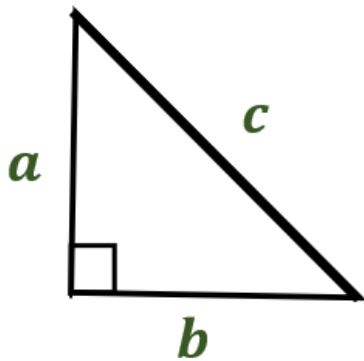
Теоретичний блок

Площа



$$S = \frac{1}{2} a b$$

Теорема Піфагора



$$a^2 + b^2 = c^2$$

У прямокутному трикутнику
квадрат гіпотенузи дорівнює сумі
квадратів катетів.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

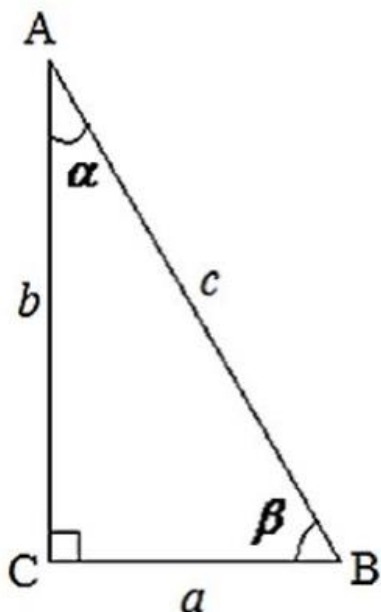
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

Теоретичний блок

Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$$

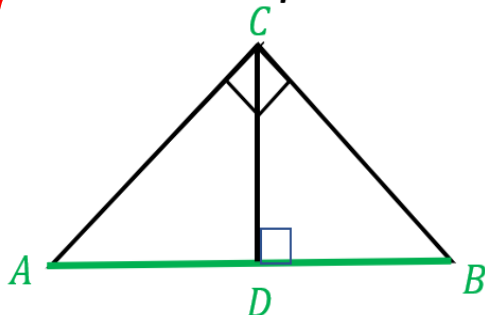
$$\sin \beta = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{b}{a}$$

$$\cos \beta = \frac{a}{c}$$

$$\operatorname{ctg} \beta = \frac{a}{b}$$

Метричні співвідношення в прямокутному трикутнику



AD – проекція катета AC на гіпотенузу AB

DB – проекція катета CB на гіпотенузу AB

$$CD^2 = AD \cdot DB$$

$$AC^2 = AB \cdot AD$$

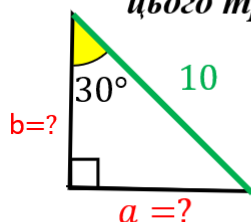
$$BC^2 = AB \cdot DB$$

У будь-якому прямокутному трикутнику виконуються співвідношення :

- 1) Квадрат висоти дорівнює добутку проекцій катетів на гіпотенузу;
- 2) квадрат катета дорівнює добутку гіпотенузи та проекції цього катета на неї.

Практичний блок

№1. Один із гострих кутів дорівнює 30° , гіпотенуза -10 см. Знайдіть катети цього трикутника.



Розв'язання

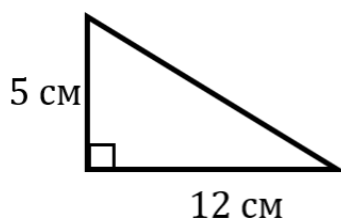
$$a = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5 \text{ см як катет, що лежить навпроти кута } 30^\circ$$

За теоремою Піфагора :

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{100 - 25} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ см}$$

Відповідь: 5 см; $5\sqrt{3}$ см

№2. Знайдіть гіпотенузу та кути прямокутного трикутника, якщо його катети дорівнюють 12 см і 5 см.



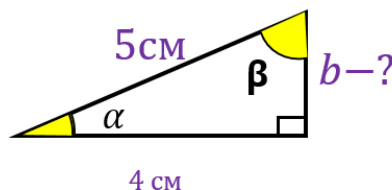
Розв'язання

За теоремою Піфагора :

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ c^2 &= 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 \\ c &= \sqrt{169} = 13 \text{ см} \end{aligned}$$

Відповідь: 13 см

№3. Один із катетів прямокутного трикутника дорівнює 4 см, а гіпотенуза 5 см. Обчисліть інший катет та гострі кути.



Розв'язання

За теоремою Піфагора :

$$\begin{aligned} b^2 &= c^2 - a^2 \\ b &= \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3 \text{ см} \\ (\text{або ,як Єгипетський трикутник}) \end{aligned}$$

$$\sin \beta = \frac{a}{c} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\angle \beta \approx 54^\circ$$

$$\angle \alpha = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ \text{ за властивістю прямокутного трикутника}$$

Відповідь : 54° ; 36° ; 3 см

Практичний блок

№4. Знайдіть сторони прямокутного трикутника, якщо його площа дорівнює 20 см^2 , а один із катетів більший за інший на 3 см .

Дано: $s = 20 \text{ см}^2$
 $a > b$ на 3 см
 Знайти: a, b, c - ?

Розв'язання

$$a = x + 3, b = x$$

$$x^2 + 3x - 40 = 0$$

$$S = \frac{1}{2}ab$$

$$x_1 + x_2 = -3$$

$$20 = \frac{1}{2}(x + 3)x$$

$$x_1 \cdot x_2 = -40$$

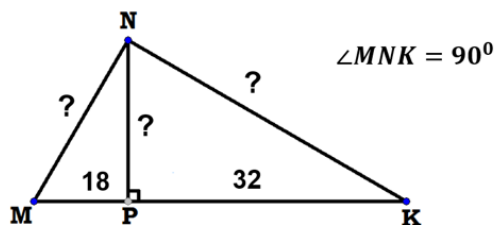
$$x_1 = -8, x_2 = 5$$

$$x^2 + 3x = 40$$

$$a = 5 + 3 = 8 \text{ см}, b = 5 \text{ см}$$

Відповідь: $8 \text{ см}, 5 \text{ см}$.

№5. Знайдіть невідомі елементи трикутника за малюнком.



Розв'язання

$$NP^2 = MP \cdot PK$$

$$NP^2 = 18 \cdot 32$$

$$NP = \sqrt{18 \cdot 32} = \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 16 \cdot 2} = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24 \text{ см}$$

$$MK = 18 + 32 = 50 \text{ см}$$

$$MN^2 = MP \cdot MK$$

$$MN = \sqrt{18 \cdot 50} = \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 25} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30 \text{ см}$$

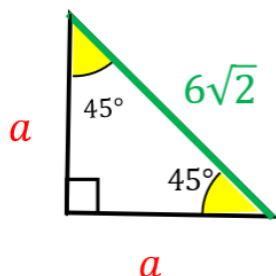
$$NK^2 = PK \cdot MK$$

$$NK = \sqrt{32 \cdot 50} = \sqrt{2 \cdot 16 \cdot 2 \cdot 25} = 2 \cdot 4 \cdot 5 = 40 \text{ см}$$

Відповідь: $24 \text{ см}, 30 \text{ см}, 40 \text{ см}$.

Практичний блок

№6. Гіпотенуза прямокутного рівнобедреного трикутника дорівнює $6\sqrt{2}$ см. Знайдіть площу цього трикутника.



Розв'язання

$$a = x$$

За теоремою Піфагора:

$$x^2 + x^2 = (6\sqrt{2})^2$$

$$2x^2 = 72$$

$$x^2 = 36$$

$$x = 6$$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b = \frac{1}{2} a^2 = \frac{1}{2} 6^2 = \frac{36}{2} = 18 \text{ см}^2$$

Відповідь: 18 см²

№7. Установіть відповідність між прямокутним трикутником, заданим умовою (1-3), та його площею (А-Д)

Прямокутний трикутник

- 1 Катети дорівнюють 6 см і 9 см
- 2 Катети рівні, а гіпотенуза — 12 см
- 3 Гіпотенуза дорівнює 13 см, а один із катетів — 5 см

Площа трикутника

А 24 см²

Б 27 см²

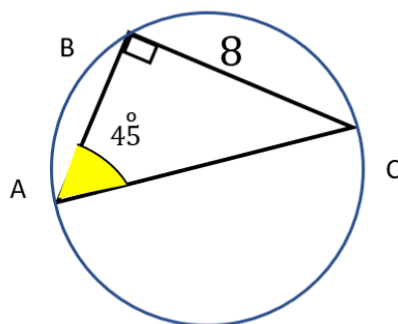
В 30 см²

Г 36 см²

Д 60 см²

Відповідь: 1-Б, 2-Г, 3-В

№8. Навколо прямокутного трикутника ABC ($\angle B = 90^\circ$) описано коло. $BC = 8$ см, $\angle C = 45^\circ$. Знайдіть радіус описаного кола.



Розв'язання

$$R = \frac{1}{2} AC \quad \sin 45^\circ = \frac{BC}{AC}$$

$$AC = \frac{BC}{\sin 45^\circ} = \frac{8}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{8}{1} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{16 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{16\sqrt{2}}{2} = 8\sqrt{2} \text{ см}$$

$$R = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 8\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \text{ см}$$

Відповідь : $4\sqrt{2}$ см

Відео блок

Прямокутний трикутник

Scan me!

Теорема Піфагора

Scan me!

Синус, косинус, тангенс гострого кута

Scan me!

Віповідні сторони і сторони гіпотенузи прямокутного трикутника

Scan me!

Методи обчислення площ прямокутного трикутника

Scan me!

Розв'язування прямокутних трикутників

Scan me!

Тренувальний блок

Теорема Піфагора



Синус, косинус, тангенс гострого кута



Співвідношення між сторонами та кутами прямокутного трикутника



Тренувальний блок

Розв'язування прямокутних
трикутників



Метричні співвідношення
в прямокутному трикутнику



Самостійний блок

Прямокутний трикутник



Теорема Піфагора



Метричні співвідношення
в прямокутному трикутнику



Розв'язування прямокутних
трикутників

Порадник

- ❖ Повтори формули і поняття ,вмій пояснити їх значення, а не просто знати напам'ять.
- ❖ Працюй з завданнями НМТ і ЗНО минулих років.
- ❖ Тренуйся не тільки в обчисленнях , а й у розумінні умови. Завжди перчитуй , що саме потрібно знайти.
- ❖ Починай з легких задач ,щоб не втратити темп, спочатку вирішуй ті завдання , в яких упевнений , щоб зекономити час і набрати гарантовані бали.
- ❖ Активно використовуй чернетку ,записуй хід розв'язання .Це зменшує ймовірність помилки ,особливо при багатокрокових обчислення.
- ❖ Пильнуй час : 90 хвилин – це не так багато.
- ❖ Заспокойся – навіть якщо щось не знаєш. Пробуй підставити числа, оцінити логічно , викреслити зайві варіанти.Іноді правильну відповідь можна знайти методом виключення.