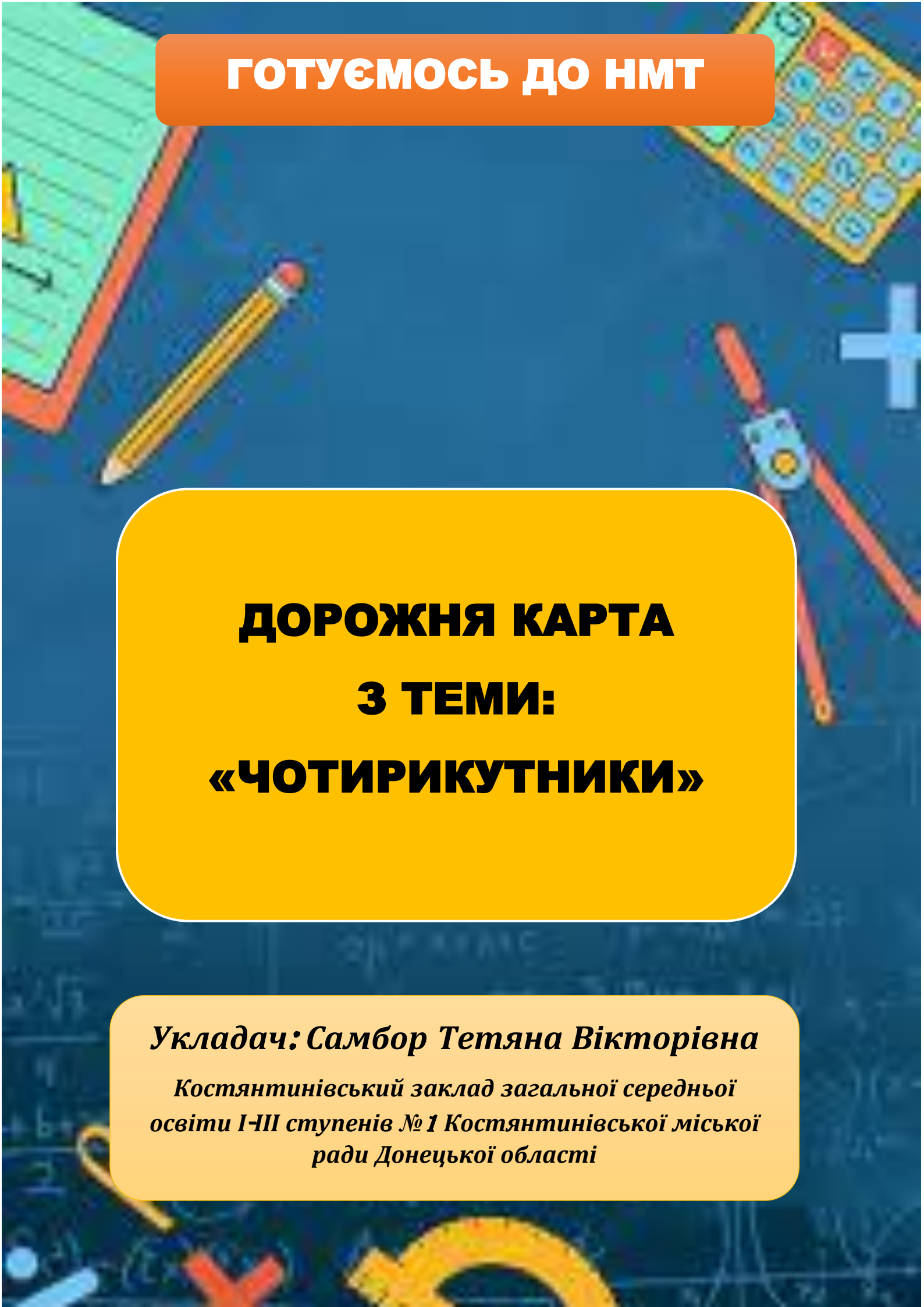




ГОТУЄМОСЬ ДО НМТ

**ДОРОЖНЯ КАРТА
З ТЕМИ:
«ЧОТИРИКУТНИКИ»**

Укладач: Самбор Тетяна Вікторівна

*Костянтинівський заклад загальної середньої
освіти І-ІІІ ступенів № 1 Костянтинівської міської
ради Донецької області*

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

ЧОТИРИКУТНИК ТА ЙОГО ЕЛЕМЕНТИ

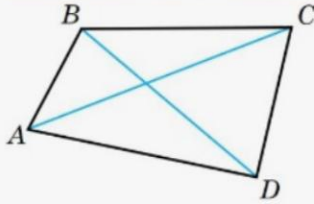
ОЗНАЧЕННЯ

Чотирикутник – це фігура, що складається з чотирьох точок, які не лежать на одній прямій, і чотирьох відрізків з кінцями у цих точках, що не перетинаються.

КУТ ЧОТИРИКУТНИКА

Кути чотирикутника – це чотири кути, кожний з яких утворений двома променями, що виходять з вершини чотирикутника і проходять через дві сусідні вершини

ВИГЛЯД



A, B, C, D – вершини
 AB, BC, CD, AD – сторони
 $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$ – кути
 AC і BD – діагоналі
 $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$
 (периметр)

ПРОТИЛЕЖНІ СТОРОНИ

Протилежні сторони – це дві сторони чотирикутника, які не мають спільної вершини.

СУСІДНІ СТОРОНИ

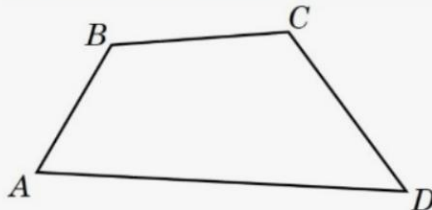
Сусідні сторони – це дві сторони чотирикутника, які мають спільну вершину.

ДІАГОНАЛІ

Діагоналі – відрізки, які сполучають дві несусідні вершини чотирикутника.

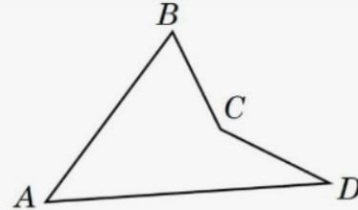
ВИДИ ЧОТИРИКУТНИКІВ

ОПУКЛИЙ



УСІ ВНУТРІШНІ КУТИ ОПУКЛОГО ЧОТИРИКУТНИКА МЕНШІ ЗА 180° .

НЕОПУКЛИЙ



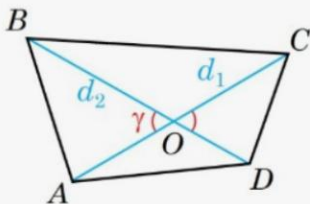
НЕОПУКЛИЙ ЧОТИРИКУТНИК МАЄ ХОЧА Б ОДИН ВНУТРІШНІЙ КУТ, БІЛЬШИЙ ЗА 180° .

ОБЧИСЛЕННЯ ПЛОЩІ ЧОТИРИКУТНИКА

ПЛОЩА ЧОТИРИКУТНИКА

Площа S чотирикутника дорівнює півдобутку його діагоналей на синус кута між ними:

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \gamma$$



ДОВЕДЕННЯ

- Нехай у чотирикутнику $ABCD$: $AC = d_1$, $BD = d_2$, $\angle AOB = \gamma$, де O – точка перетину діагоналей AC і BD .

- Маємо:

$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} AO \cdot BO \sin \gamma;$$

$$S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} BO \cdot CO \sin (180^\circ - \gamma);$$

$$S_{\triangle COD} = \frac{1}{2} CO \cdot DO \sin \gamma;$$

$$S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} AO \cdot DO \sin (180^\circ - \gamma).$$

- Ураховуючи, що $\sin (180^\circ - \gamma) = \sin \gamma$:

$$S = \frac{1}{2} \sin \gamma (BO \cdot (AO + CO) + DO (AO + CO)) = \frac{1}{2} \sin \gamma \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \gamma.$$

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

ПАРАЛЕЛОГРАМ

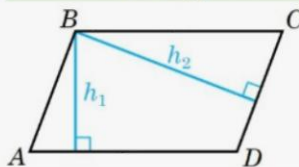
ОЗНАЧЕННЯ

Паралелограм – це чотирикутник, протилежні сторони якого попарно паралельні.

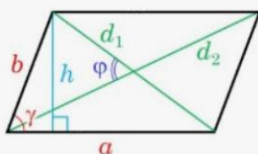
ВИСОТА ПАРАЛЕЛОГРАМА

Висота паралелограма – перпендикуляр, проведений з точки однієї сторони до прямої, що містить протилежну сторону.

ВИГЛЯД



ПЛОЩА ПАРАЛЕЛОГРАМА



Площу S паралелограма можна знайти за формулами:

$$S = ah$$

$$S = ab \sin \gamma$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$$

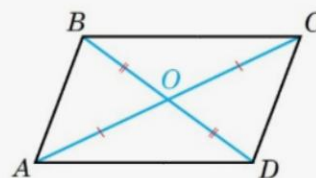
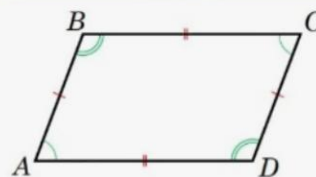
γ – кут між сторонами a і b паралелограма,
 φ – кут між діагоналями d_1 і d_2 паралелограма,
 h – висота паралелограма, проведена до сторони a

ВЛАСТИВОСТІ ПАРАЛЕЛОГРАМА

ВЛАСТИВОСТІ ПАРАЛЕЛОГРАМА

- Протилежні сторони паралелограма рівні:
 $AB = CD$; $BC = AD$.
- Протилежні сторони паралелограма паралельні:
 $AB \parallel CD$; $BC \parallel AD$.
- Протилежні кути паралелограма рівні:
 $\angle A = \angle C$; $\angle B = \angle D$.
- Сума будь-яких двох сусідніх кутів паралелограма дорівнює 180° :
 $\angle A + \angle B = 180^\circ$; $\angle B + \angle C = 180^\circ$;
 $\angle C + \angle D = 180^\circ$; $\angle A + \angle D = 180^\circ$.
- Діагоналі паралелограма точкою перетину діляться навпіл:
 $AO = OC$; $BO = OD$.

ВИГЛЯД

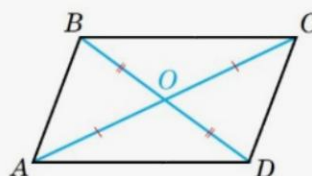
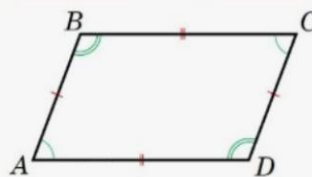


ОЗНАКИ ПАРАЛЕЛОГРАМА

ОЗНАКИ ПАРАЛЕЛОГРАМА

- Якщо в чотирикутнику протилежні сторони попарно рівні, то чотирикутник є паралелограмом.
- Якщо в чотирикутнику дві сторони рівні й паралельні, то чотирикутник є паралелограмом.
- Якщо в чотирикутнику протилежні кути попарно рівні, то чотирикутник є паралелограмом.
- Якщо в чотирикутнику діагоналі перетинаються й точкою перетину діляться навпіл, то чотирикутник є паралелограмом.

ВИГЛЯД



ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

ПРЯМОКУТНИК

ОЗНАЧЕННЯ

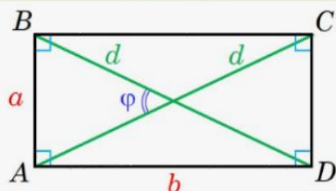
Прямокутник – це паралелограм, у якого всі кути прямі.

ПЕРИМЕТР ПРЯМОКУТНИКА

Периметр P прямокутника можна знайти за формулою:

$$P = 2(a + b)$$

ВИГЛЯД



ПЛОЩА ПРЯМОКУТНИКА

Площу S прямокутника можна знайти за формулами:

$$S = ab$$

$$S = \frac{1}{2}d^2 \sin \varphi$$

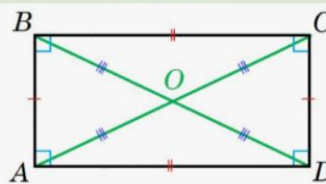
a і b – сторони прямокутника,
 φ – кут між діагоналями прямокутника

ВЛАСТИВОСТІ Й ОЗНАКИ ПРЯМОКУТНИКА

ВЛАСТИВОСТІ ПРЯМОКУТНИКА

- 1 Протилежні сторони прямокутника рівні:
 $AB = CD$; $BC = AD$.
- 2 Протилежні сторони прямокутника паралельні:
 $AB \parallel CD$; $BC \parallel AD$.
- 3 Усі кути прямокутника прямі (за означенням):
 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$.
- 4 Діагоналі прямокутника точкою перетину діляться навпіл:
 $AO = OC$; $BO = OD$.
- 5 Діагоналі прямокутника рівні:
 $AC = BD$.

ВИГЛЯД



ОЗНАКИ ПРЯМОКУТНИКА

- 1 Якщо в паралелограмі всі кути рівні або один кут прямий, то паралелограм є прямокутником.
- 2 Якщо в паралелограмі діагоналі рівні, то паралелограм є прямокутником.

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

РОМБ

ОЗНАЧЕННЯ

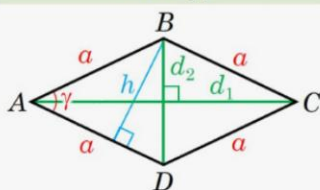
Ромб – це паралелограм, у якого всі сторони є рівними.

ПЕРИМЕТР РОМБА

Периметр P ромба зі стороною a можна знайти за формулою:

$$P = 4a$$

ВИГЛЯД



ПЛОЩА РОМБА

Площу S ромба можна знайти за формулами:

$$S = ah$$

$$S = a^2 \sin \gamma$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

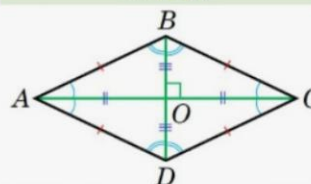
γ – кут між сторонами ромба,
 d_1 і d_2 – діагоналі ромба,
 h – висота ромба

ВЛАСТИВОСТІ Й ОЗНАКИ РОМБА

ВЛАСТИВОСТІ РОМБА

- Усі сторони ромба рівні (за означенням):
 $AB = BC = CD = AD$.
- Протилежні сторони ромба паралельні:
 $AB \parallel CD$; $BC \parallel AD$.
- Протилежні кути ромба рівні:
 $\angle A = \angle C$; $\angle B = \angle D$.
- Сума будь-яких двох сусідніх кутів ромба дорівнює 180° :
 $\angle A + \angle B = 180^\circ$; $\angle B + \angle C = 180^\circ$;
 $\angle C + \angle D = 180^\circ$; $\angle A + \angle D = 180^\circ$.
- Діагоналі ромба точкою перетину діляться навпіл:
 $AO = OC$; $BO = OD$.
- Діагоналі ромба є бісектрисами його кутів:
 $\angle BAC = \angle DAC$; $\angle ABD = \angle CBD$.

ВИГЛЯД



ОЗНАКИ РОМБА

- Якщо в паралелограмі дві сусідні сторони рівні, то паралелограм є ромбом.
- Якщо в паралелограмі діагоналі перетинаються під прямим кутом, то паралелограм є ромбом.

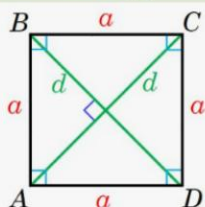
ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

КВАДРАТ

ОЗНАЧЕННЯ

Квадрат – це паралелограм, у якого всі сторони і всі кути є рівними.

ВИГЛЯД



ПЕРИМЕТР КВАДРАТА

Периметр P квадрата зі стороною a можна знайти за формулою:

$$P = 4a$$

ПЛОЩА КВАДРАТА

Площу S квадрата можна знайти за формулами:

$$S = a^2$$

$$S = \frac{1}{2}d^2$$

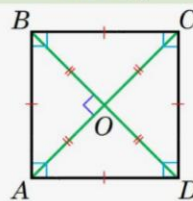
a – сторони квадрата,
 d – діагоналі квадрата

ВЛАСТИВОСТІ Й ОЗНАКИ КВАДРАТА

ВЛАСТИВОСТІ КВАДРАТА

- 1 Усі сторони квадрата рівні (за означенням):
 $AB = CD = BC = AD$.
- 2 Протилежні сторони квадрата паралельні:
 $AB \parallel CD$; $BC \parallel AD$.
- 3 Усі кути квадрата прямі (за означенням):
 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$.
- 4 Діагоналі квадрата точкою перетину діляться навпіл:
 $AO = OC$; $BO = OD$.
- 5 Діагоналі квадрата рівні:
 $AC = BD$.
- 6 Діагоналі квадрата є бісектрисами його кутів:
 $\angle BAC = \angle DAC$; $\angle ABD = \angle CBD$.

ВИГЛЯД



ОЗНАКИ КВАДРАТА

- 1 Якщо діагоналі ромба між собою рівні, то він є квадратом.
- 2 Якщо діагоналі прямокутника взаємно перпендикулярні, то він є квадратом.

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

ТРАПЕЦІЯ

ОЗНАЧЕННЯ

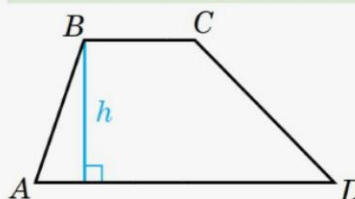
Трапеція – це чотирикутник, дві сторони якого паралельні, а дві інші не є паралельними.

BC і AD – основи, AB і CD – бічні сторони

ВИСОТА ТРАПЕЦІЇ

Висота трапеції – перпендикуляр, проведений з точки однієї основи трапеції до прямої, що містить іншу основу.

ВИГЛЯД

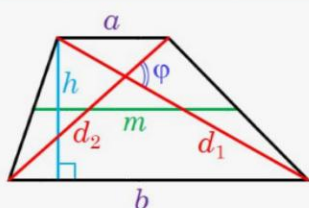


ПЛОЩА ТРАПЕЦІЇ

Площу S трапеції можна знайти за формулами:

$$S = mh = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

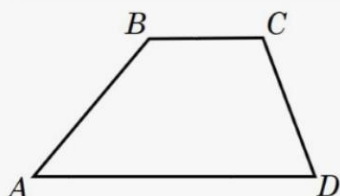
$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$$



$m = (a+b)/2$ – середня лінія трапеції, a і b – основи,
 φ – кут між діагоналями d_1 і d_2 трапеції,
 h – висота трапеції

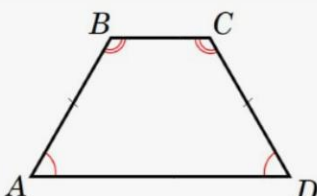
РІЗНОВИДИ ТРАПЕЦІЙ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ

ТРАПЕЦІЯ



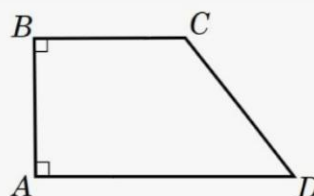
$$\begin{aligned} BC &\parallel AD \\ \angle A + \angle B &= 180^\circ \\ \angle C + \angle D &= 180^\circ \end{aligned}$$

РІВНОБІЧНА ТРАПЕЦІЯ



$$\begin{aligned} BC &\parallel AD \\ \angle A + \angle B &= 180^\circ \\ \angle C + \angle D &= 180^\circ \\ AB &= CD \\ \angle A &= \angle D \quad \angle B = \angle C \end{aligned}$$

ПРЯМОКУТНА ТРАПЕЦІЯ



$$\begin{aligned} BC &\parallel AD \\ \angle A + \angle B &= 180^\circ \\ \angle C + \angle D &= 180^\circ \\ AB &\perp BC \quad AB \perp AD \end{aligned}$$

СЕРЕДНЯ ЛІНІЯ ТРАПЕЦІЇ

ОЗНАЧЕННЯ

Середня лінія трапеції – це відрізок, що сполучає середини бічних сторін трапеції.

$$AK = BK; \quad CM = MD$$

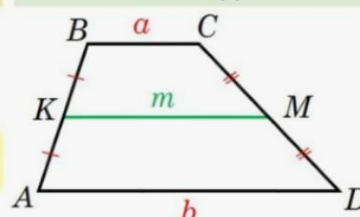
ВЛАСТИВОСТІ

Середня лінія трапеції паралельна основам і дорівнює їх півсумі:

$$\begin{aligned} KM &\parallel BC \\ KM &\parallel AD \end{aligned}$$

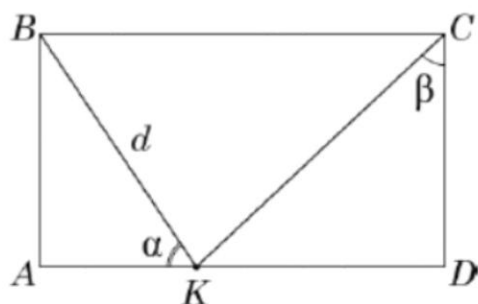
$$m = \frac{a+b}{2}$$

ВИГЛЯД



ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

На рисунку зображено прямокутник $ABCD$. Точка K лежить на стороні AD . Визначте довжину сторони AD , якщо $BK = d$, $\angle AKB = \alpha$, $\angle KCD = \beta$.



Розв'язання

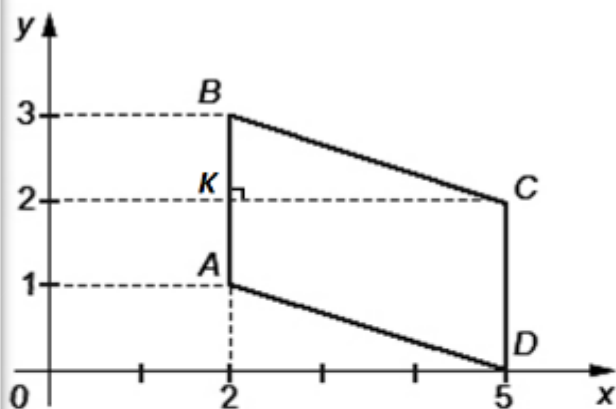
у $\triangle ABK$ ($\angle A = 90^\circ$) $AK = d \cos \alpha$, $AB = d \sin \alpha$. $AB = CD = d \sin \alpha$.

у $\triangle CDK$ ($\angle D = 90^\circ$) $KD = CD \operatorname{tg} \beta = d \sin \alpha \operatorname{tg} \beta$.

$$AD = AK + KD = d \cos \alpha + d \sin \alpha \operatorname{tg} \beta =$$

$$= d(\cos \alpha + \sin \alpha \operatorname{tg} \beta).$$

Обчисліть площу чотирикутника $ABCD$ (див. рисунок), сторони AB і CD якого паралельні вісі Oy .



Розв'язання

$CK \perp AB$

$AB \parallel Oy$, $CD \parallel Oy$, $AB = CD$, звідси $ABCD$ – паралелограм.

Площа паралелограма $ABCD$.

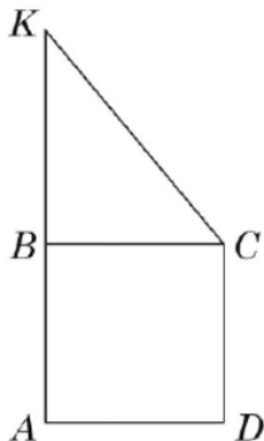
$$S = ah_a, a = AB = 2, h_a = CK = 3.$$

$$S = 2 \cdot 3 = 6.$$

Відповідь: 6.

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Трапеція $AKCD$ складається з квадрата $ABCD$ та трикутника BKC (див. рисунок). Периметр квадрата $ABCD$ дорівнює 24 см, середня лінія трапеції $AKCD$ дорівнює 10 см. До кожного початку речення (1–3) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



Початок речення

- 1 Довжина відрізка BK дорівнює
- 2 Довжина відрізка KC дорівнює
- Відстань між центрами кіл, описаних навколо квадрата $ABCD$ та трикутника BKC , дорівнює

Закінчення речення

- А 8 см.
- Б 7 см.
- В 6 см.
- Г 10 см.
- Д 12 см.

Розв'язання

$P_{ABCD} = 24$ см. $ABCD$ – квадрат,

$$AB = BC = CD = AD = 24 : 4 = 6 \text{ см.}$$

Середня лінія трапеції $AKCD$ $EF = 10$ см. $EF = PF + PE$, $10 = 6 + PE$, $PE = 4$ см.

1 – А. PE – середня лінія $\triangle KBC$. За властивістю середньої лінії $PE = \frac{1}{2}BK$, $BK = 8$ см.

2 – Г. $\triangle KBC$ ($\angle B = 90^\circ$) за теоремою Піфагора:

$$KC^2 = KB^2 + BC^2 = 8^2 + 6^2 = 100,$$

$$KC = 10 \text{ см.}$$

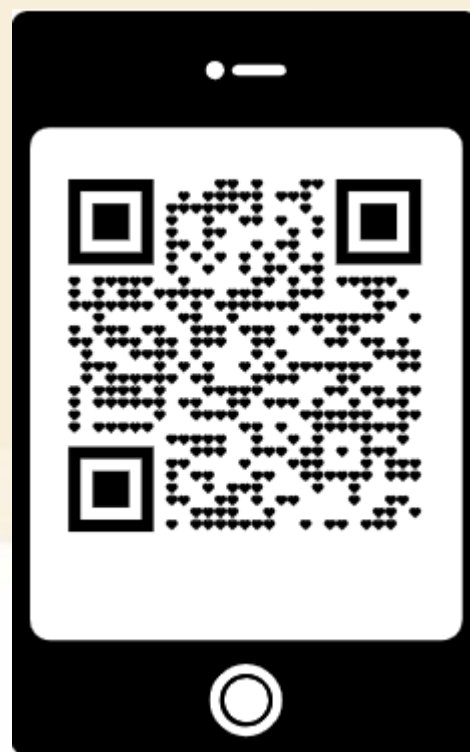
3 – Б. Центр кола, описаного навколо квадрата, – це точка перетину діагоналей – точка O .

Центр кола, описаного навколо прямокутного трикутника, – середина гіпотенузи – точка E . Отже, відстань між центрами кіл буде $OP + PE = 3 + 4 = 7$ см.

Відповідь: 1А, 2Г, 3Б.

ВІДЕО БЛОК

Скористайтесь
порадами з
відео розбору
завдань!



ТРЕНУВАЛЬНИЙ БЛОК

*Запрошуємо вас скористатися
онлайн-тренажерами для
ефективної підготовки до НМТ
з математики — тренуйтеся,
перевіряйте знання та впевнено
йдіть до мети!*



САМОСТІЙНИЙ БЛОК

№ 1 Найдовша сторона чотирикутника дорівнює 15 см, а кожна наступна на 3 см коротша за попередню. Знайдіть периметр чотирикутника.

А	Б	В	Г	Д
78 см	40 см	36 см	42 см	45 см

№2 Знайдіть менший кут паралелограма, якщо сума трьох його кутів дорівнює 280° .

А	Б	В	Г	Д
40°	50°	60°	70°	80°

№ 3 O – точка перетину діагоналей прямокутника $ABCD$, $AC = 14$ см, $AD = 10$ см. Знайдіть периметр трикутника BOC .

А	Б	В	Г	Д
22 см	24 см	26 см	18 см	30 см

№4 Градусні міри кутів чотирикутника пропорційні числам 2, 3, 4, 6. Знайдіть різницю градусних мір найбільшого та найменшого кутів чотирикутника.

А	Б	В	Г	Д
96°	48°	24°	120°	72°

№5 Знайдіть менший кут паралелограма, якщо він утричі менше, ніж більший кут.

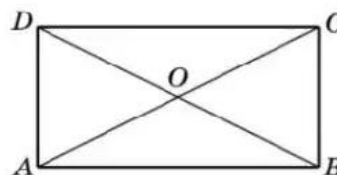
А	Б	В	Г	Д
30°	45°	50°	60°	70°

№6 Одна зі сторін прямокутника дорівнює 5 см, а друга сторона на 1 см менша за діагональ прямокутника. Знайдіть діагональ прямокутника.

А	Б	В	Г	Д
10 см	12 см	13 см	15 см	17 см

№ 7 O – точка перетину діагоналей прямокутника $ABCD$ (див. мал.), $\angle DAO = \angle OAB + 6^\circ$. Установіть відповідність між кутом (1-4) та його градусною мірою (А-Д).

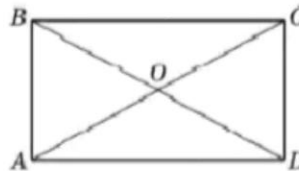
Кут	Градусна міра кута
1 $\angle OAB$	А 96°
2 $\angle DAO$	Б 84°
3 $\angle DOC$	В 48°
4 $\angle COB$	Г 46°
	Д 42°



САМОСТІЙНИЙ БЛОК

№ 8 O – точка перетину діагоналей прямокутника $ABCD$ (див. мал.), $\angle BAO - \angle OAD = 26^\circ$.
Установіть відповідність між кутом (1–4) та його градусною мірою (А–Д).

Кут	Градусна міра кута
1 $\angle BAO$	А 32°
2 $\angle OAD$	Б 58°
3 $\angle COD$	В 64°
4 $\angle AOD$	Г 112°
	Д 116°



№ 9 $ABCD$ – паралелограм, $AB = 7$ см, $BD = 8$ см, $\cos \angle BAD = \frac{11}{21}$.

Знайдіть (у см) сторону AD .

№ 10 $ABCD$ – паралелограм, $AB = 7$ см, $BD = 8$ см, $\cos \angle BAD = \frac{11}{21}$.

Знайдіть (у см) довжину діагоналі AC .

№ 11 Одна зі сторін паралелограма на 4 см довша за іншу, а діагоналі паралелограма дорівнюють 12 см і 14 см. Знайдіть (у см) периметр паралелограма.

№ 12 Периметр паралелограма $ABCD$ дорівнює 32 см. Бісектриса кута A паралелограма перетинає сторону BC у точці M , $BM = 7$ см. Знайдіть (у см) довжину відрізка MC .

№ 13 У прямокутнику $ABCD$ діагоналі перетинаються у точці O , $\angle OBA = 26^\circ$, OM – бісектриса трикутника AOB . Знайдіть градусну міру кута MOD .

№ 14 У прямокутнику $ABCD$ діагоналі перетинаються в точці O , OK – висота трикутника AOD , $\angle BOK = 130^\circ$. Знайдіть градусну міру кута OAK .

САМОСТІЙНИЙ БЛОК

Відповіді:

№1 Г

№2 Д

№3 Б

№4 А

№5 Б

№6 В

№7 1-Д, 2-В, 3-А, 4-Б

№8 1-Б, 2-А, 3-В, 4-Д

№9 9

№10 14

№11 36

№12 2

№13 116

№14 40