

Дорожня карта з теми *“Паралельність прямих і площин у просторі.”*

(повторення $\longrightarrow$ закріплення $\longrightarrow$ перевірка знань)

Укладач: Кузнецова Олена
Володимирівна
Шандриголівський ліцей
Лиманської міської ради
Донецької області



ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Взаємне розміщення прямих у просторі

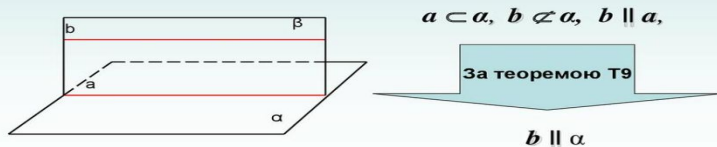


Взаємне розміщення прямої і площини у просторі



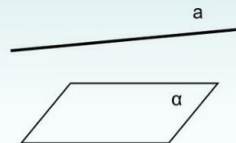
Ознака паралельності прямої і площини

Т9. Якщо пряма, яка не лежить у площині, паралельна якій-небудь прямій площини, то вона паралельна і самій площині.



Паралельність прямої і площини

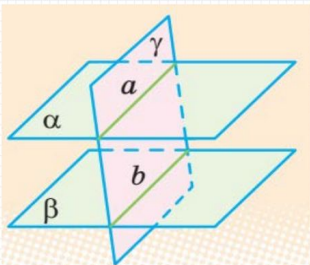
- Пряма і площина називаються паралельними, якщо вони не мають спільних точок.
- Якщо пряма a паралельна площині α , пишуть $a \parallel \alpha$.



ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

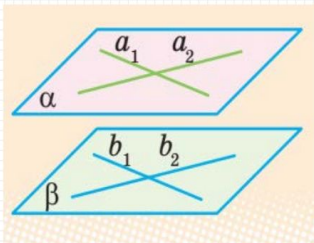
Властивість паралельних площин

Якщо дві паралельні площини перетинаються третьою, то прямі перетину паралельні.



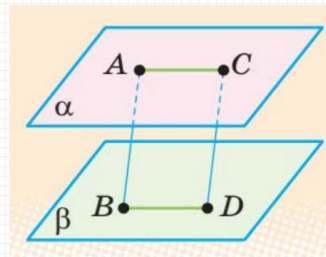
Ознака паралельності двох площин

Якщо дві прямі, що перетинаються, однієї площини відповідно паралельні двом прямим другої площини, то ці площини паралельні.



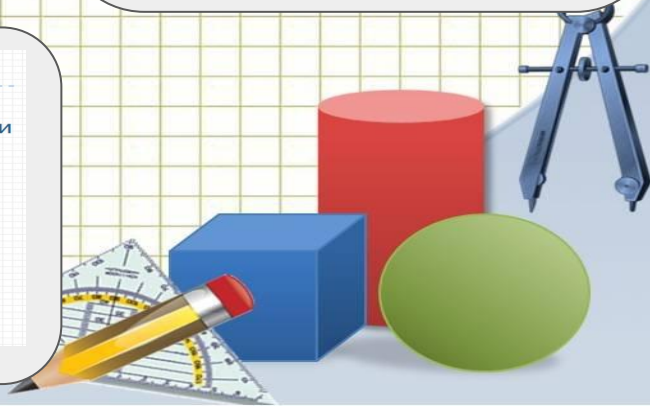
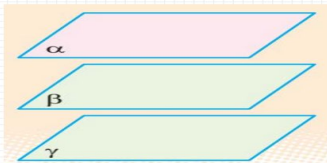
Властивість паралельних площин

Відрізки паралельних прямих, що містяться між двома паралельними площинами, рівні.



Властивість паралельних площин

Якщо дві різні площини паралельні третій, то вони паралельні одна одній.

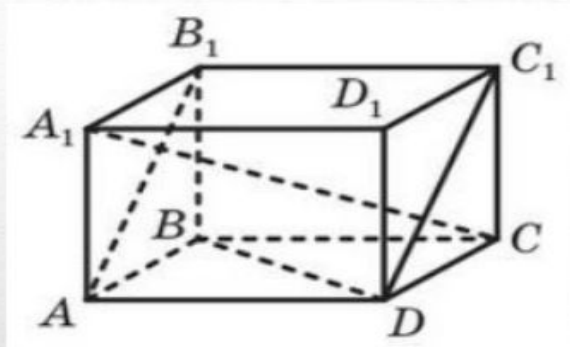


ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Приклад 1.

Дано прямокутний паралелепіпед $ABCD D_1C_1B_1A_1$. Укажіть взаємне розміщення прямих:

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1) BC і A_1C ; | 4) AB_1 і DC_1 ; |
| 2) AB і C_1D_1 ; | 5) DC_1 і BB_1 ; |
| 3) BD і CC_1 ; | 6) AA_1 і CC_1 . |



Відповідь:

- | | |
|-------------------|----------------|
| 1) перетинаються; | 4) паралельні; |
| 2) паралельні; | 5) мимобіжні; |
| 3) мимобіжні; | 6) паралельні. |

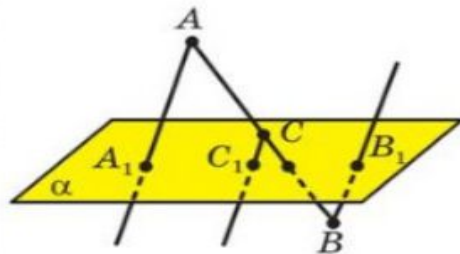
Взаємне розміщення двох прямих у просторі



ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Приклад 2

Через кінці відрізка AB , що перетинає площину α , і його середину C проведено паралельні прямі, які перетинають площину α в точках A_1 , B_1 , C_1 відповідно. Знайдіть відрізок CC_1 , якщо $AA_1 = 16$ см, $BB_1 = 8$ см.



Розв'язання.

1) $\triangle A_1KA \sim \triangle B_1KB$ (за двома кутами) $\Rightarrow \frac{AK}{KB} = \frac{16}{8} = 2 \Rightarrow$

$AK = 2KB \Rightarrow AK + KB = 2KB + KB = 3KB = AB \Rightarrow KB = \frac{1}{3}AB, AK = \frac{2}{3}AB;$

2) $CK = AK - AC = \frac{2}{3}AB - \frac{1}{2}AB = \frac{1}{6}AB;$

3) $\triangle C_1KC \sim \triangle B_1KB$ (за двома кутами) $\Rightarrow$
 $\frac{CC_1}{BB_1} = \frac{CK}{KB} = \frac{AB}{6} : \frac{AB}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow CC_1 = \frac{BB_1}{2} = \frac{8}{2} = 4$ (см)

Відповідь: $CC_1 = 4$ см.

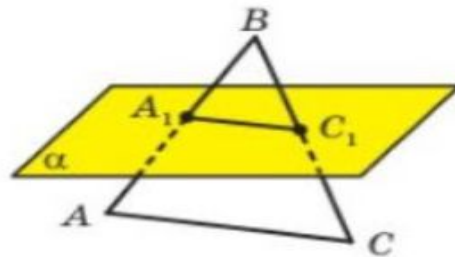
Взаємне розміщення двох прямих у просторі



ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Приклад 3

Площина α , паралельна стороні AC трикутника ABC , перетинає сторони AB і BC у точках A_1 і C_1 відповідно. Знайдіть відрізок A_1C_1 , якщо $AC = 18$ см, $AA_1 : A_1B = 7 : 5$.



Розв'язання.

- 1) Нехай x - коефіцієнт пропорційності, $x > 0$, тоді
 $AA_1 = 7x$, $A_1B = 5x$, $AB = 12x$
- 2) $\triangle A_1BC_1 \sim \triangle ABC$ (за двома кутами) $\Rightarrow \frac{A_1B}{AB} = \frac{A_1C_1}{AC} = \frac{5x}{12x} =$
 $\frac{5}{12} = \frac{A_1C_1}{18} \Rightarrow A_1C_1 = \frac{5 \cdot 18}{12} = \frac{5 \cdot 3}{2} = 7,5(\text{см})$

Відповідь: $A_1C_1 = 7,5$ см.

ПАРАЛЕЛЬНІСТЬ ПРЯМОЇ ТА ПЛОЩИНИ

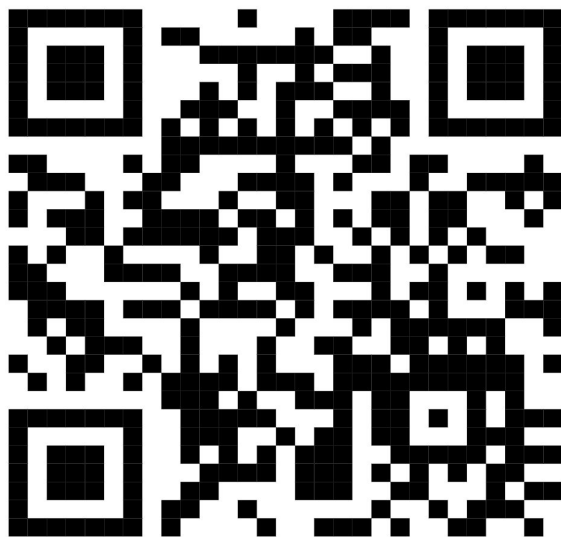


ВІДЕОБЛОК



https://youtu.be/77rKo58mmeE?si=3lCuTkzzt_YFLBc0

https://www.youtube.com/live/D_L6tsiqXDc?si=EJ1WmTQX7h74eTB4



Скористайтесь
порадами
з відеорозбору
завдань!



ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

1

Пряма b не має спільних точок з площиною α . Які з наведених тверджень є правильними?

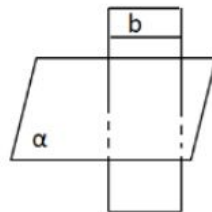
- I. Через пряму b можна провести лише одну площину, перпендикулярну до площини α .
- II. Через пряму b можна провести лише одну площину, паралельну площині α .
- III. У площині α можна провести лише одну пряму, паралельну прямій b .

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише II	лише I і II	лише II і III	I, II і III

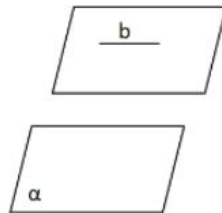
Позначте відповіді:

А	Б	В	Г	Д
☐	☐	☒	☐	☐

Це завдання перевіряє знання взаємного розміщення прямих і площин у просторі.



Згідно з умовою, пряма b не має спільних точок з площиною α , звідси випливає $b \parallel \alpha$, отже, твердження I – правильне.



Твердження II – правильне.

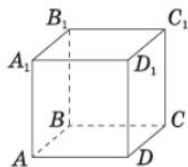
У площині α можна провести безліч прямих паралельних b . Отже, твердження III – неправильне.

Відповідь: В.

Акти
Перей

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.
Установіть відповідність між парою прямих та їхнім взаємним розміщенням.



Пара прямих

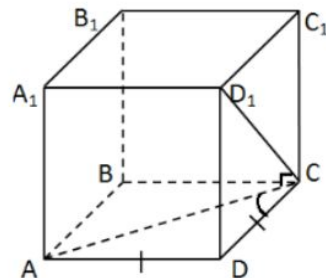
Взаємне розміщення

- | | | | |
|---|-----------------|---|--|
| 1 | AC і CC_1 | А | прямі паралельні |
| 2 | AB_1 і CD_1 | Б | прямі мимобіжні |
| 3 | AC і CD_1 | В | прямі перетинаються і утворюють прямий кут |
| 4 | AB_1 і C_1D | Г | прямі перетинаються і утворюють кут 45° |
| | | Д | прямі перетинаються і утворюють кут 60° |

Позначте відповіді:

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☒	☐	☐
2	☐	☒	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒
4	☒	☐	☐	☐	☐

Це завдання перевіряє вміння знаходити величини кутів у просторі, взаємне розміщення прямих та площин у просторі.



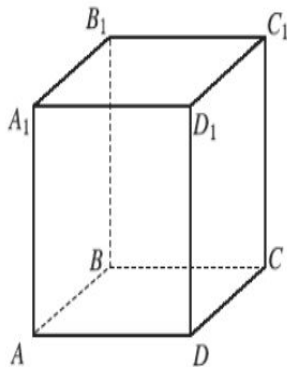
- $CC_1 \perp (ABC)$, $AC \in (ABC) \rightarrow CC_1 \perp AC$.
Отже, 1 – В.
- AB_1 і CD_1 – мимобіжні (не перетинаються, не лежать в одній площині).
Отже, 2 – Б.
- $AC \cap CD_1$, $\triangle ACD_1$ – рівносторонній. $AC = CD_1 = D_1A$ – діагоналі рівних квадратів. Отже, $\angle ACD_1 = 60^\circ$.
Отже, 3 – Д.
- $AB_1 \parallel DC_1$ (лежать у паралельних площинах, через них можна провести площину).
Отже, 4 – А.

Відповідь: 1 – В, 2 – Б, 3 – Д, 4 – А.

3

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Укажіть серед поданих нижче пряму, що утворює з CD_1 пару мимобіжних прямих.



А	Б	В	Г	Д
$A_1 B$	$C_1 D$	CB_1	AB	CD

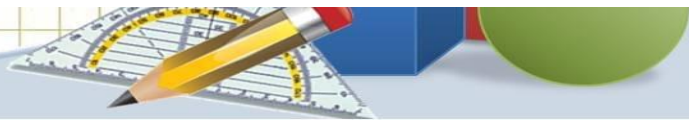
Позначте відповіді:

☐ А
 ☐ Б
 ☐ В
 ☒ Г
 ☐ Д

Це завдання перевіряє знання ознаки мимобіжних прямих.

Використаємо ознаку мимобіжних прямих: якщо пряма $AB \in (ABC)$, а пряма $CD_1 \cap (ABC)$ в точці C , яка не належить прямій AB , то AB мимобіжна з CD_1 .

Відповідь: Г.



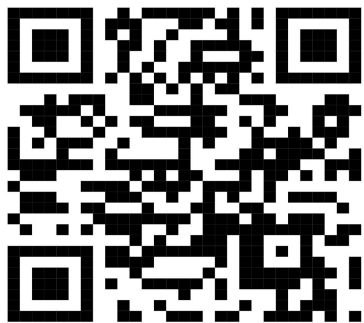
ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Задача 1. Площина α паралельна катету BC прямокутного трикутника ACB і проходить через середину його гіпотенузи – точку N . Знайдіть площу трикутника ACB , якщо $NC=5\text{см}$, $AK=4\text{см}$.

Задача 2. Площина α паралельна стороні AC трикутника ABC і перетинає сторону AB у точці N , причому $AN:NB=2:3$. Знайдіть площу трикутника ABC , якщо площа трикутника NBK дорівнює 18см^2 .



Відеорозбір задач



https://www.youtube.com/live/D_L6tsiqXDc?si=EJ1WmTQX7h74eTB4



ТРЕНУВАЛЬНИЙ БЛОК

Прямі та площини у просторі – тести ЗНО/НМТ – завдання з математики – сайт ЗНО.Освіта.UA

Запрошуємо вас скористатися онлайн-тренажерами для ефективної підготовки до НМТ з математики- тренуйтеся, перевіряйте знання та впевнено йдіть до мети!



<https://naurok.com.ua/tests/start/603622>

