

ГОТУЄМОСЬ ДО НМТ

ДОРОЖНЯ КАРТА

З ТЕМИ:

*«Призма.
Паралелепіпед .
Куб»*

Укладач : Гуріненко Катерина Леонідівна

Удачненська загальноосвітня школа І-ІІІ ст. Удачненської
селищної ради Покровського району Донецької області

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Це потрібно знати...

Призмою називають многогранник, у якого дві грані між собою рівні і лежать у паралельних площинах (їх називають *основами призми*), а всі інші грані – паралелограми (їх називають *бічними гранями призми*).

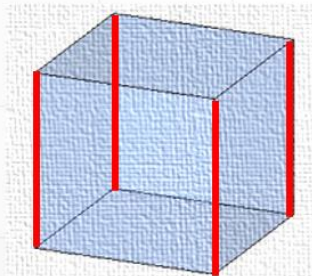
Призму називають n -кутною, якщо її основою є n -кутник.

Перпендикуляр, проведений з деякої точки однієї основи до площини іншої основи, називають *висотою призми*.

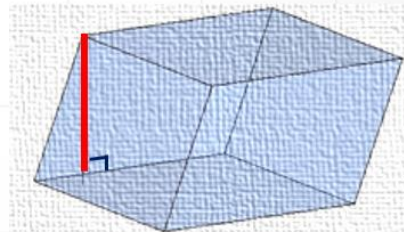
Відрізок, що сполучає дві вершини призми, які не лежать в одній грані, називають *діагоналлю призми*.

Це потрібно знати...

Призма з бічними ребрами, перпендикулярними її основам, називається прямою призмою,



Призма, бічні ребра якої не перпендикулярні основам, називається похилою призмою.

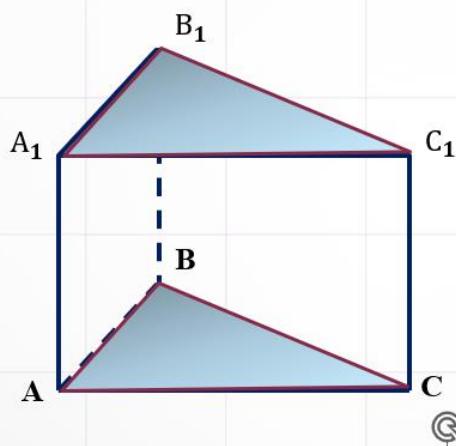


Висота прямої призми збігається з бічним ребром.

Відстань між основами призми називається висотою призми.

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Будуємо призму...



$ABCA_1B_1C_1$ -
 трикутна призма;
 AA_1 ; BB_1 ; CC_1 - бічні
 ребра;
 $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$.
 $A_1B_1C_1$; ABC -
основи призми
 $A_1B_1C_1 \parallel ABC$

основи призми – рівні багатокутники, всі бічні грані – паралелограми;
 n -кутна призма має $2n$ вершин, $n + 2$ граней, $3n$ ребер.

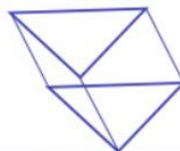
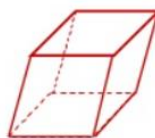
Будуємо призму...

Пряма призма – призма, у якій бічні ребра перпендикулярні до площин основ

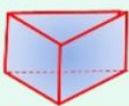


1. Висота прямої призми дорівнює бічному ребру.
2. Бічні грані прямої призми – прямокутники.

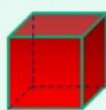
Похила призма – призма, у якій бічні ребра не перпендикулярні площинам основ



Трикутна



Чотирикутна



П'ятикутна

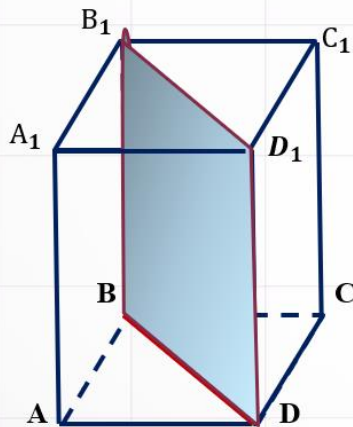


Шестикутна...



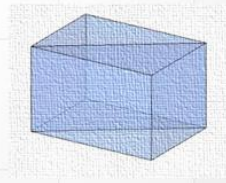
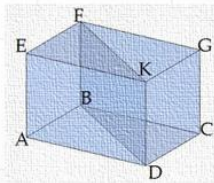
ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Діагональний переріз призми

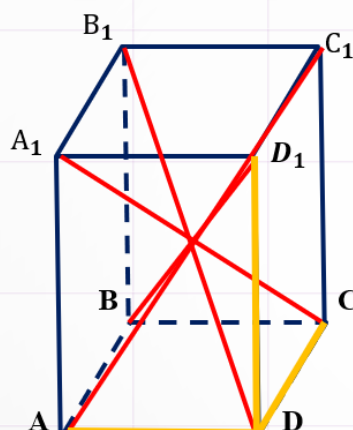


□ Переріз призми площиною, яка проходить через її бічне ребро та діагональ основи, називають діагональним перерізом

□ Кожний діагональний переріз містить дві діагоналі призми.



Прямокутний паралелепіпед



Прямий паралелепіпед, у якого основою є прямокутник, називається прямокутним паралелепіпедом

Усі грані прямокутного паралелепіпеда – прямокутники.

Діагональ призми — це відрізок, який з'єднує дві вершини, які не належать одній грані.

У прямокутного паралелепіпеда всі діагоналі рівні:

$$DB_1 = CA_1 = AC_1 = BD_1$$

Довжини трьох ребер, що мають спільну вершину, називаються вимірами прямокутного паралелепіпеда.

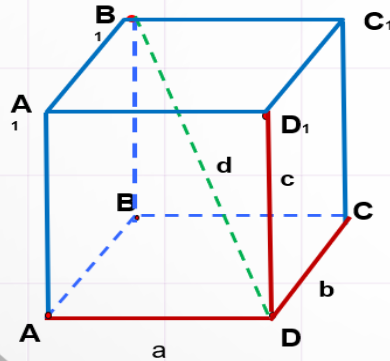
Квадрат діагоналі прямокутного паралелепіпеда дорівнює сумі квадратів трьох його вимірів:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

де a, b, c — виміри прямокутного паралелепіпеда, тобто, його довжина, ширина і висота.

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Об'єм та площа бічної та повної поверхонь паралелепіпеда



Об'єм прямокутного паралелепіпеда:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Площа бічної поверхні:

$$S_{\text{бічн}} = P_{\text{осн}} \cdot h = 2(a + b) \cdot c$$

$$S_{\text{осн}} = a \cdot b$$

Площа повної поверхні:

$$S_{\text{повн}} = S_{\text{бічн}} + 2S_{\text{осн}}$$

$$S_{\text{п.п.}} = 2 \cdot (ab + ac + bc)$$

Куб

- Куб – паралелепіпед, всі грані якого – квадрати (Окремий випадок паралелепіпеда і призми).
- Кубом називають прямокутний паралелепіпед, у якого всі ребра рівні.

$$d = a\sqrt{3} \quad (d^2 = a^2 + a^2 + a^2)$$

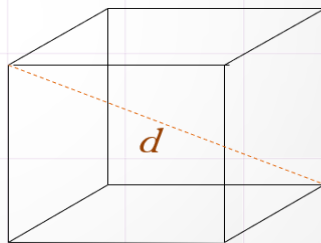
- Бічна поверхня:

$$S_{\text{б}} = P_{\text{осн}} \cdot H = 4a^2.$$

- Повна поверхня:

$$S_{\text{п.п.}} = S_{\text{б}} + 2 \cdot S_{\text{осн}} = 6a^2.$$

- Об'єм: $V = S_{\text{осн}} \cdot H = a^3.$



ТЕОРЕТИЧНИЙ ВІДЕОБЛОК

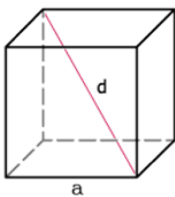
<https://www.youtube.com/watch?v=FP93ajYmm9o>

https://www.youtube.com/watch?v=c06rZ_pTcQU

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

№1 Знайдіть площу повної поверхні куба, діагональ якого дорівнює $2\sqrt{3}$ см.

А	Б	В	Г	Д
8 см^2	16 см^2	20 см^2	24 см^2	$36\sqrt{2} \text{ см}^2$



$$d^2 = 3a^2$$

$$a^2 = \frac{d^2}{3}$$

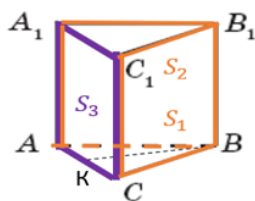
$$S = 6a^2 = 6 \cdot \frac{(2\sqrt{3})^2}{3} = 6 \cdot 4 = 24 \text{ см}^2$$

№2

На рисунку зображено прямокутник і рівнобедрений трикутник, які є гранями прямої призми. Довжини основи та бічної сторони трикутника дорівнюють 10 см і 13 см відповідно. Визначте площу повної поверхні призми, якщо площа її найбільшої бічної грані дорівнює 260 см^2 .



А	Б	В	Г	Д
520 см^2	720 см^2	780 см^2	840 см^2	960 см^2



$$AB=BC=13 \text{ см}$$

$$AC=10 \text{ см}$$

ВК – висота, яка проведена до основи

$$BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ см}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BK = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 12 = 60 \text{ см}^2$$

$$S_1 = S_2 = 260 \text{ см}^2$$

$$AA_1 = 260 : 13 = 20 \text{ см}$$

$$S_3 = 20 \cdot 10 = 200 \text{ см}^2$$

$$S_{\text{п}} = 200 + 2 \cdot 260 + 2 \cdot 60 = 200 + 520 + 120 = 840 \text{ см}^2$$

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

№3 $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямокутний паралелепіпед. У відповідності площину (1–4) та паралельну їй пряму (А – Д).

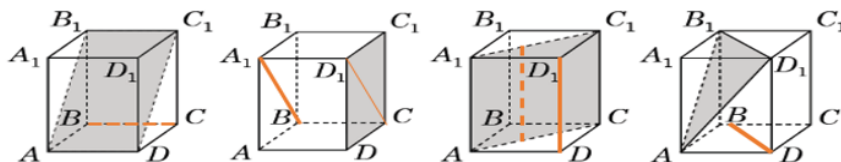
Площина

1 $AB_1 C_1$

2 $DD_1 C_1$

3 $AA_1 C_1$

4 $AB_1 D_1$



Пряма

А BC

1. А

2. В

3. Д

4. Г

Б $A_1 D$

В $A_1 B$

Г BD

Д DD_1

№4

У коробку у формі прямокутного паралелепіпеда щільно укладено у 2 ряди 10 шматочків крейди (див. рисунок 1). Кожен шматочок має форму циліндра висотою 10 см і діаметром основи 15 мм (див. рисунок 2).

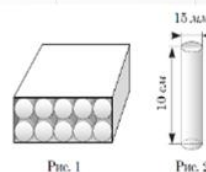


Рис. 1

Рис. 2

Визначте площу плівки, якою в один шар щільно з усіх боків без накладань обгорнуто цю коробку. Місцями з'єднання плівки та товщиною стінок коробки знехтуйте.

А	Б	В	Г	Д
225 см ²	255 см ²	450 см ²	600 см ²	75 см ²

Знайти виміри прямокутного паралелепіпеда:

$$a = 2r = 2 \cdot 15 = 30$$

$$b = 15 \cdot 5 = 75$$

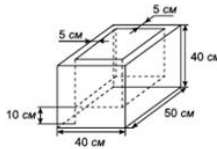
$$c = 100$$

$$S = 2(30 \cdot 75 + 30 \cdot 100 + 75 \cdot 100) = 2(2250 + 3000 + 7500) = 25500 \text{ мм}^2 = 255 \text{ см}^2$$

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

№5

На площі міста встановили однакові бетонні ємності для квітів, виготовлені у формі прямокутних паралелепіпедів, виміри яких дорівнюють 40 см, 40 см і 50 см (див. рисунок). Товщина кожної з чотирьох бічних стінок становить 5 см, а товщина дна — 10 см. Який об'єм бетону (у м^3) було використано для виготовлення 10 таких ємностей? Утрачено бетону під час виготовлення знехтуйте.



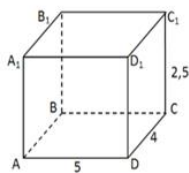
А	Б	В	Г	Д
0,32 м^3	0,33 м^3	0,36 м^3	0,44 м^3	0,8 м^3

Це завдання практичного змісту перевіряє вміння розв'язувати стереометричні задачі з використанням формули об'єму прямокутного паралелепіпеда. Зображена на рисунку ємність для квітів є прямокутним паралелепіпедом, з якого вирізаний менший паралелепіпед. Отже, об'єм цієї ємності шукатимемо як різницю об'ємів двох паралелепіпедів. Об'єм паралелепіпеда знаходиться за формулою $V = abc$, де a, b і c — виміри паралелепіпеда. Виміри першого паралелепіпеда задані: 40 см, 40 см, 50 см, а виміри другого паралелепіпеда (порожня частина) знаходимо: $40 - 10 = 30$ см, $40 - 5 = 30$ см, $50 - 5 = 40$ см. Обчислимо об'єм однієї ємності:
 $V_1 - V_2 = 40 \cdot 40 \cdot 50 - 30 \cdot 30 \cdot 40 = 4000(20 - 9) = 44000 \text{ см}^3$.
 Тоді об'єм 10 таких ємностей дорівнює 440000 см^3 або $0,44 \text{ м}^3$.
 Тут враховано, що $1 \text{ м} = 100 \text{ см}$, $1 \text{ м}^3 = 1000000 \text{ см}^3$.

Відповідь — Г.

№6

Кімната має форму прямокутного паралелепіпеда (ширина кімнати — 4 м, довжина — 5 м, висота — 2,5 м). Площа стін кімнати дорівнює 0,8 площі бічної поверхні цього паралелепіпеда. Скільки фарби (у кг) потрібно для того, щоб повністю пофарбувати стіни і стелю цієї кімнати, якщо на 1 м^2 витрачається 0,25 кг фарби?



Площа бічної поверхні
 $S_{\text{бічної}} = P_{\text{основи}} \cdot H = P_{\text{ABCD}} \cdot CC_1 = (5 + 4) \cdot 2 \cdot 2,5 = 45 \text{ м}^2$.

Площа стін становить 0,8 від площі бічної поверхні:
 $S_{\text{стін}} = 4,5 \cdot 0,8 = 36 \text{ м}^2$.

Площа стелі:
 $S_{\text{стелі}} = 4 \cdot 5 = 20 \text{ м}^2$.

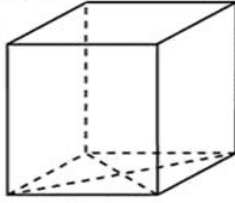
Площа, яку треба пофарбувати:
 $S = 36 + 20 = 56 \text{ м}^2$.

На 1 м^2 витрачається 0,25 кг фарби, отже
 $56 \cdot 0,25 = 14$ кг потрібно для того, щоб повністю пофарбувати стіни та стелю.

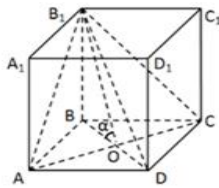
Відповідь: 14.

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

№7



Основою прямої призми $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ є ромб $ABCD$, у якому більша діагональ $AC = 17$ см. Об'єм призми дорівнює 1020 см^3 . Через діагональ AC та вершину B_1 тупого кута верхньої основи призми проведено площину, яка утворює з площиною основи призми кут α . Знайдіть площу утвореного перерізу призми (у см^2), якщо $\text{tg } \alpha = 2,4$.



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – призма, BB_1 – висота призми. $AC = 17$ см.

$$1. (AB_1C) \cap (AA_1B_1) = AB_1$$

$$(AB_1C) \cap (BCC_1) = B_1C$$

Отже, $\triangle AB_1C$ – даний переріз.

2. $BO \perp AC$ (властивість діагоналей ромба).

$B_1O \perp AC$ (за теоремою про три перпендикуляри).

$(BOB_1) \perp AC$. Отже, $\angle B_1OB = \alpha$ – лінійний кут відповідного двогранного кута між площинами (AB_1C) і (ABC) .

$$3. \triangle B_1BO (\angle B = 90^\circ) BB_1 = BO \cdot \text{tg } \alpha = \frac{1}{2} BD \text{tg } \alpha = \frac{1}{2} \cdot 2,4 \cdot BD = 1,2 BD.$$

$$4. V = S_{\text{основи}} \cdot H = S_{ABCD} \cdot BB_1.$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{17}{2} BD$$

$$BB_1 = 1,2 BD.$$

За умовою, $V = 1020 \text{ см}^3$. Отже, $\frac{17}{2} BD \cdot 1,2 BD = 1020$, $BD^2 = 100$, $BD = 10$ см,

$$BO = \frac{1}{2} BD = 5 \text{ см.}$$

$$5. BB_1 = 1,2 BD = 1,2 \cdot 10 = 12 \text{ см.}$$

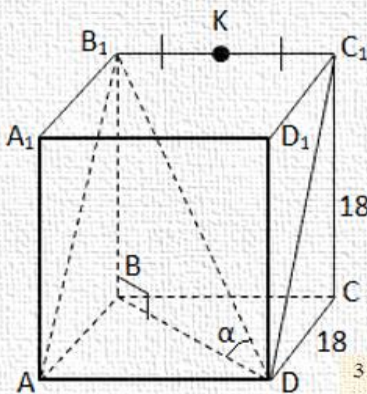
6. $\triangle B_1BO (\angle B = 90^\circ)$ за теоремою Піфагора:

$$B_1O^2 = BB_1^2 + BO^2 = 12^2 + 5^2 = 169, B_1O = 13 \text{ см.}$$

$$6. S_{\text{перерізу}} = S_{AB_1C} = \frac{1}{2} AC \cdot B_1O = \frac{1}{2} \cdot 17 \cdot 13 = 110,5 \text{ см}^2.$$

Відповідь: 110,5.

№8



У прямокутному паралелепіпеді $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, через сторону AD нижньої основи й середину ребра B_1C_1 проведено площину γ . Висота паралелепіпеда дорівнює 18, грань CC_1D_1D є квадратом. Діагональ паралелепіпеда утворює з площиною основи кут α .

1. Побудуйте переріз паралелепіпеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площиною γ .

2. Укажіть вид перерізу та обґрунтуйте свій висновок.

3. Визначте площу перерізу.

3. $BB_1 \perp (ABC)$, B_1D – похила, BD – проекція похилої на (ABC) . За означенням кута між прямою та площиною, $\angle B_1DB = \angle(B_1D, (ABC)) = \alpha$.

CC_1D_1D – квадрат, $CC_1 = CD = 18$, за теоремою Піфагора

$$\text{у } \triangle CC_1D (\angle C = 90^\circ) C_1D = 18\sqrt{2}.$$

$$\text{У } \triangle B_1BD (\angle B = 90^\circ) BB_1 = 18, \angle D = \alpha, BD = BB_1 \cdot \text{ctg } \alpha = 18 \text{ctg } \alpha.$$

У $\triangle ABD (\angle A = 90^\circ)$ за теоремою Піфагора

$$BD^2 = AB^2 + AD^2, AD = \sqrt{324 \text{ctg}^2 \alpha - 324} = 18\sqrt{\text{ctg}^2 \alpha - 1}.$$

$$S_{AB_1C_1D} = AD \cdot DC_1 = 18\sqrt{\text{ctg}^2 \alpha - 1} \cdot 18\sqrt{2} = 324\sqrt{2}\sqrt{\text{ctg}^2 \alpha - 1}.$$

Відповідь: $324\sqrt{2}\sqrt{\text{ctg}^2 \alpha - 1}$.

ВІДЕОРОЗВ'ЯЗОК ЗАВДАНЬ

Стереометрія. Частина 1.

Завдання ЗНО та НМТ

<https://www.youtube.com/watch?v=ZxfEFCP40-0>

Призма в завданнях НМТ

<https://www.youtube.com/watch?v=Pi5In5Deag0>

Призма . Паралелепіпед. Куб.

<https://www.youtube.com/watch?v=oIFFXKD9iYs>

Призма на НМТ-2023

https://www.youtube.com/watch?v=rLmt_LTBBYA

**Скористайтесь
порадами з
відео розбору
завдань!**

ТРЕНУВАЛЬНИЙ БЛОК

Перевір.себе.Призма.

https://www.freetutor.com.ua/Math/Check_yourself_Prism

**Запрошуємо вас скористатися
онлайн-тренажерами для
ефективної підготовки до НМТ
з математики — тренуйтеся,
перевіряйте знання та
впевнено йдіть до мети!**

Тест – Многогранники. Призма.
Паралелепіпед –НМТ 2024

<https://mathema.me/testy/heometriia/klas-11/mnoghohrannyky-pryzma-paralelepiped/>

Призма – тести ЗНО/НМТ

<https://zno.osvita.ua/mathematics/tag-mnogogranniki/>

Багатогранники.Призма.Паралелепіпед

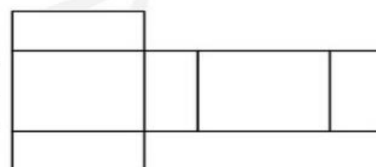
<https://justclass.com.ua/hw/aa27ffb9>

САМОСТІЙНИЙ БЛОК

№1

На рисунку зображено розгортку багатогранника. Визначте кількість його ребер.

А	Б	В	Г	Д
6	8	12	16	19



№2

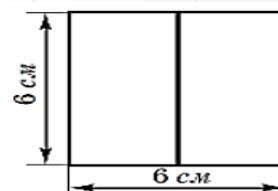
Обчисліть об'єм правильної трикутної призми, бічні грані якої є квадратами, а площа основи дорівнює $9\sqrt{3} \text{ см}^2$.

А	Б	В	Г	Д
$54\sqrt{3} \text{ см}^3$	$27\sqrt{3} \text{ см}^3$	27 см^3	$\frac{27}{2} \sqrt{3} \text{ см}^3$	$162\sqrt{3} \text{ см}^3$

№3

На рисунку зображено фрагмент розгортки правильної чотирикутної призми, утворений з двох її сусідніх граней. Використовуючи зазначені на рисунку розміри, обчисліть площу повної поверхні цієї призми.

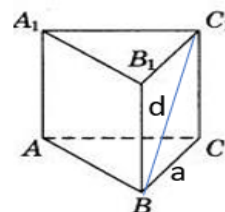
А	Б	В	Г	Д
54 см^2	72 см^2	81 см^2	90 см^2	144 см^2



№4

Сторона основи правильної трикутної призми дорівнює a , діагональ бічної грані — d . Укажіть формулу для обчислення площі S_6 бічної поверхні цієї призми.

- А $S_6 = 3a\sqrt{d^2 - a^2}$
- Б $S_6 = 3a\sqrt{d^2 + a^2}$
- В $S_6 = 3ad$
- Г $S_6 = a\sqrt{a^2 - d^2}$
- Д $S_6 = a(d^2 + a^2)$



№5

На рисунку зображено прямокутник і трикутник, що є гранями правильної трикутної призми. Периметр прямокутника дорівнює 38 см. Визначте площу основи цієї призми, якщо висота призми дорівнює 11 см.

А	Б	В	Г	Д
$16\sqrt{3} \text{ см}^2$	$32\sqrt{3} \text{ см}^2$	24 см^2	64 см^2	$24\sqrt{3} \text{ см}^2$



№6

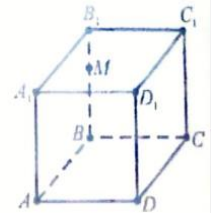
Обчисліть довжину ребра куба, діагональ якого дорівнює $2\sqrt{3}$.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{6}$	$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{2}$	2

№7

На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ і точку M на ребрі BB_1 . Якій із прямих належить точка перетину прямої MC із площиною $A_1 B_1 C_1$?

А	Б	В	Г	Д
$A_1 B_1$	$B_1 C_1$	$C_1 D_1$	$A_1 C_1$	$A_1 D_1$



№8

Знайдіть площу повної поверхні правильної чотирикутної призми, сторона основи якої дорівнює a , а висота — H .

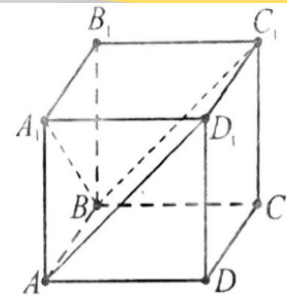
А	Б	В	Г	Д
$2a(a + 2H)$	$4aH$	$3aH$	$4a(a + H)$	$2a(a + H)$

№9

Установіть відповідність між відрізками (1–3), побудованими на гранях і ребрах куба, та величинами кутів між ними (А–Д).

- 1 AD_1 і BC_1
- 2 BA_1 і AD_1
- 3 AB і AD_1

- А 60°
- Б 0°
- В 45°
- Г 90°
- Д 30°



№10

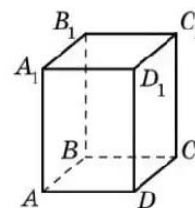
На малюнку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, сторони основи якого $AB = 9$, $AD = 12$, а висота $AA_1 = 20$. Установіть відповідність між геометричною величиною (1–4) та її числовим значенням (А–Д).

Геометрична величина

- 1 площа повної поверхні паралелепіпеда
- 2 об'єм паралелепіпеда
- 3 діагональ паралелепіпеда
- 4 площа діагонального перерізу паралелепіпеда

Числове значення

- А 25
- Б 164
- В 300
- Г 1056
- Д 2160



№11

Периметри двох граней правильної трикутної призми дорівнюють 48 см і 30 см. Знайти об'єм V призми в кубічних сантиметрах. У відповідь записати $V/\sqrt{3}$.

№12

Куб, усі грані якого пофарбовано, розрізали на 1000 однакових кубиків.

Обчисліть ймовірність того, що взятий навмання кубик має одну пофарбовану грань.

№13

Основою прямої призми $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ є рівнобічна трапеція $ABCD$. Основа AD трапеції дорівнює висоті трапеції і в шість разів більша за основу BC . Через бічне ребро CC_1 призми проведено площину паралельно ребру AB . Знайдіть площу утвореного перерізу (у см^2), якщо об'єм призми дорівнює 672 см^3 , а її висота – 8 см.

Відповіді

№ завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь	В	А	Г	А	А	Д	Б	А

9) 1 – Б 2 – А 3 – Г ;

10) 1 – Г 2 – Д 3 – А 4 – В ;

11) 350 см^3 ;

12) 0,384 ;

13) 104 см^2 ;

РОЗВ'ЯЗКИ

1. За розгорткою можна створити прямокутний паралелепіпед. В ньому **12 ребер** **Відповідь В**

2. В основі призми лежить рівносторонній трикутник. Площа знаходиться за формулою

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}, \text{ тому } a^2 = \frac{9\sqrt{3} \cdot 4}{\sqrt{3}}. \text{ Звідки } a = 6 \text{ см. - сторога трикутника, квадрата і висота призми.}$$

Далі знайдемо об'єм призми за формулою $V = S_{\text{осн.}} \cdot H$. $V = 9\sqrt{3} \cdot 6 = 54\sqrt{3} \text{ см}^3$ **Відповідь А.**

3. В основі призми лежить квадрат зі стороною $6:2=3\text{см}$. Висота призми 6 см (за умово).

За формулою $S_{\text{п.п.}} = S_{\text{б.}} + 2 \cdot S_{\text{осн.}} = 4 \cdot S_{\text{прямокут.}} + 2 \cdot S_{\text{квад.}}$

$$S_{\text{п.п.}} = 4 \cdot 6 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 = 72 + 18 = 90 \text{ см}^2.$$

Відповідь Г.

$$4. S_{\text{б.}} = 3 \cdot S_{\text{прямокут.}} = 3 \cdot BC \cdot CC_1$$

$$CC_1^2 = BC_1^2 - BC^2 \text{ (за th. Піфагора)}$$

$$CC_1 = \sqrt{d^2 - a^2}$$

$$S_{\text{б.}} = 3 \cdot a \cdot \sqrt{d^2 - a^2} = 3a\sqrt{d^2 - a^2}$$

Відповідь А

5. Сторона трикутника-це ширина прямокутника, нехай вона $=a$.

Висота призми-довжина прямокутника. За формулою периметра складемо рівняння.

$$2(11+a) = 38$$

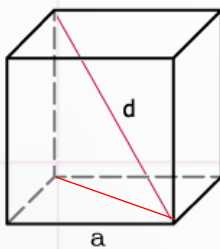
$$11+a = 19$$

$a = 8 \text{ см}$ – ширина і сторона трикутника. За формулою знайдемо площу основи

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$S = \frac{8^2 \sqrt{3}}{4} = S = \frac{64 \sqrt{3}}{4} = 16 \sqrt{3} \text{ см}^2$$

Відповідь А



6. За теоремою Піфагора знайдемо довжину діагоналі

$$\text{нижньої основи: } d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2,$$

що є катетом для внутрішнього прямокутного трикутника.

$$\text{За теоремою Піфагора складемо рівняння } a^2 + 2a^2 = (2\sqrt{3})^2$$

$$3a^2 = 12; \quad a^2 = 4; \quad a = 2 \text{ см - ребро куба}$$

Відповідь Д

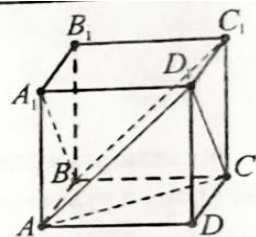
РОЗВ'ЯЗКИ

7. B_1C_1 , бо ця пряма є спільною між площинами $(A_1B_1C_1)$ і (AB_1C_1C) . Останній належить пряма MC . **Відповідь Б**

8. $S_{n.l.} = S_{\text{б.}} + 2 \cdot S_{\text{осн.}} = 4 \cdot S_{\text{прямокут.}} + 2 \cdot S_{\text{квад.}} = 4aH + 2a^2 = 2a(a + 2H)$ **Відповідь А**

18. 1. Прямі AD_1 і BC_1 паралельні. Кут між ними 0° , тому 1Б.

2. Прямі BA_1 і AD_1 лежать в різних площинах і не перетинаються, тому вони мимобіжні. Кут між мимобіжними прямими є кут між прямими, які перетинаються і паралельні до мимобіжних. Паралельною до прямої BA_1 є пряма CD_1 . Тоді $\angle AD_1C$ — кут між прямими BA_1 і AD_1 . Сторонами трикутника AD_1C є діагоналі граней куба, які рівні між собою. Трикутник AD_1C — рівносторонній, звідки $\angle AD_1C = 60^\circ$, тому 2А.



3. $AB \perp (AA_1D_1)$, тому $AB \perp AD_1$. Звідси $\angle BAD_1 = 90^\circ$, тому 3Г. **Відповідь. 1Б; 2А; 3Г.**

10. 1. $S_{n.l.} = S_{\text{б.}} + 2 \cdot S_{\text{осн.}} = 2 \cdot AB \cdot AD + 2 \cdot AD \cdot AA_1 + 2 \cdot AB \cdot AA_1 = 2 \cdot 9 \cdot 12 + 2 \cdot 12 \cdot 20 + 2 \cdot 9 \cdot 20 = 6(36 + 80 + 60) = 1056 \text{ см}^2$ 1.Г

2. $V = S_{\text{осн.}} \cdot H = AB \cdot AD \cdot AA_1 = 9 \cdot 12 \cdot 20 = 2160 \text{ см}^3$ 2.Д

3. $d^2 = a^2 + b^2 + c^2 = 9^2 + 12^2 + 20^2 = 81 + 144 + 400 = 625$.

$d = 25 \text{ см.}$ 3.А

4. $BD^2 = AB^2 + AD^2 = 144 + 81 = 225 \text{ см}$ $BD = 15 \text{ см}$

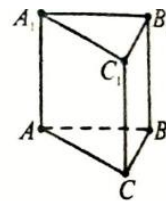
$S_{BDD_1B_1} = BD \cdot AA_1 = 15 \cdot 20 = 300 \text{ см}^2$ 4.В

11 22. Нехай $ABCA_1B_1C_1$ — правильна трикутна призма, $P_1 = 48 \text{ см}$, $P_2 = 30 \text{ см}$. В основі правильної трикутної призми лежать 2 рівні рівносторонні трикутники, а бічні грані правильної трикутної призми — рівні прямокутники, сторонами якого є сторона основи і бічне ребро (висота) призми. Тому периметри граней призми, що задані в умові — це периметр основи і бічної грані правильної трикутної призми. Якби периметр основи дорівнював 48 см, то периметр бічної грані не міг би дорівнювати 30 см, оскільки $P_{ABC} = 3AC = 48$; $AC = 16$, тоді

$P_{AA_1C_1C} = 2(AC + AA_1) = 2(16 + AA_1) = 32 + 2AA_1 > 30$. Отже, $P_{ABC} = 30$, звідки $AC = 30 : 3 = 10 \text{ (см)}$.

$P_{AA_1C_1C} = 2AC + 2AA_1 = 2 \cdot 10 + 2AA_1 = 20 + 2AA_1$; $20 + 2AA_1 = 48$; $AA_1 = 14$. $S_{ABC} = \frac{AC^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{10^2 \sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}$.

Отже, маємо: $V = S_{ABC} \cdot H = 25\sqrt{3} \cdot 14 = 350\sqrt{3} \text{ (см}^3\text{)}$. Тоді шукане значення $\frac{V}{\sqrt{3}} = \frac{350\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 350 \text{ (см}^3\text{)}$. В-дь. 350.

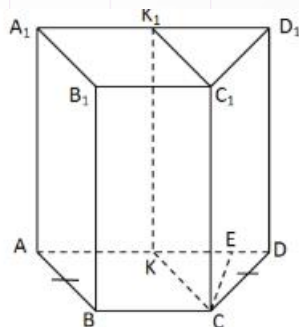


12. 21. Якщо пофарбований куб розрізали на 1000 однакових кубиків, то при цьому кожне ребро поділили на 10 рівних частин. Подія А — одна пофарбована грані. Одну пофарбовану грань мають кубики, які розміщені на гранях великого куба і не лежать на ребрах. На кожній грані їх є $8 \cdot 8 = 64$, тому всього є $m = 6 \cdot 64 = 384$. Отже,

$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{384}{1000} = 0,384$. **Відповідь. 0,384.**

РОЗВ'ЯЗКИ

13



$ABCD, A_1B_1C_1D_1$ – пряма призма, тому $CC_1 \perp (ABC)$; $ABCD$ – трапеція, $AB = CD$.

Додаткова побудова $CK \parallel AB$.

$CC_1 \parallel BB_1$, $CK \parallel AB$, $CK \cap CC_1$, $AB \cap BB_1$, звідси, за ознакою паралельності площин $(CKC_1) \parallel (ABB_1)$.

Січна площина (CC_1K) перетинає паралельні площини по паралельних прямих. Отже, $KK_1 \parallel AA_1$, $C_1K_1 \parallel CK$.

$AB \parallel CK$, $CK \in (CC_1K) \rightarrow AB \parallel (CC_1K)$.

Прямокутник KCC_1K_1 – шуканий переріз.

$V = S_{основи} \cdot H = S_{ABCD} \cdot CC_1$; $CC_1 = 8$ см, $V = 672$ см³. Отже,

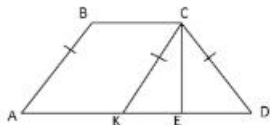
$$S_{основи} = \frac{V}{CC_1} = \frac{672}{8} = 84 \text{ см}^2.$$

Нехай $CB = x$ см, тоді $AD = CE = 6x$ см.

$S_{основи} = S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2} \cdot CE$, де $CE \perp AD$ – висота трапеції.

$$\frac{x + 6x}{2} \cdot 6x = 84; 21x^2 = 84, x^2 = 4, x = 2.$$

$BC = 2$ см, $AC = CE = 12$ см.



$$DE = \frac{AD - BC}{2} = \frac{12 - 2}{2} = 5 \text{ см.}$$

$\triangle CED$ ($\angle E = 90^\circ$) за теоремою Піфагора:

$$CD^2 = CE^2 + ED^2, CD^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169, CD = 13 \text{ см.}$$

$AB = CD$ (за умовою), $AB = CK$ (протилежні сторони паралелограма).

Отже, $CK = 13$ см.

$$S_{CC_1K_1K} = CC_1 \cdot CK = 8 \cdot 13 = 104 \text{ см}^2.$$

Відповідь: 104.