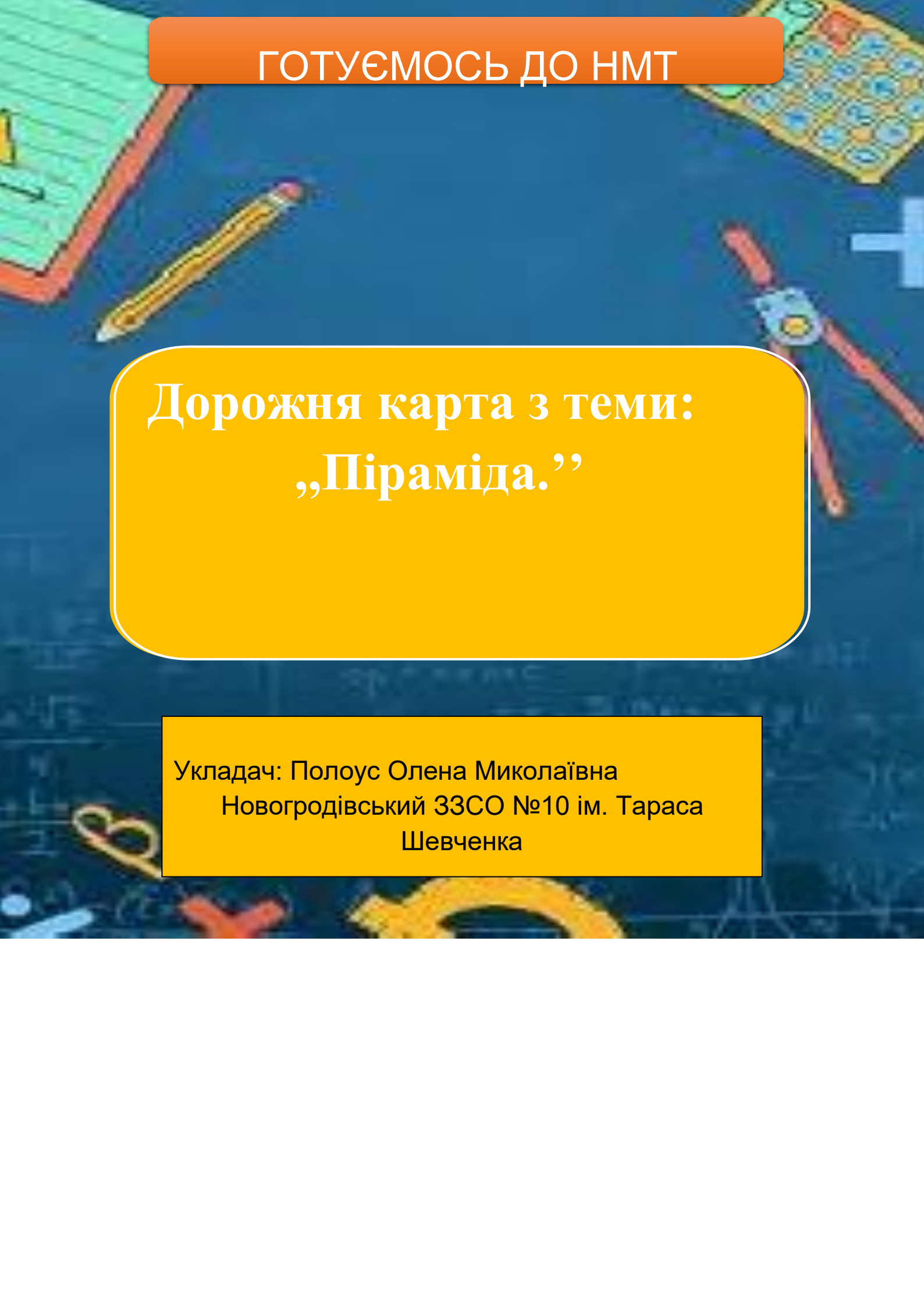




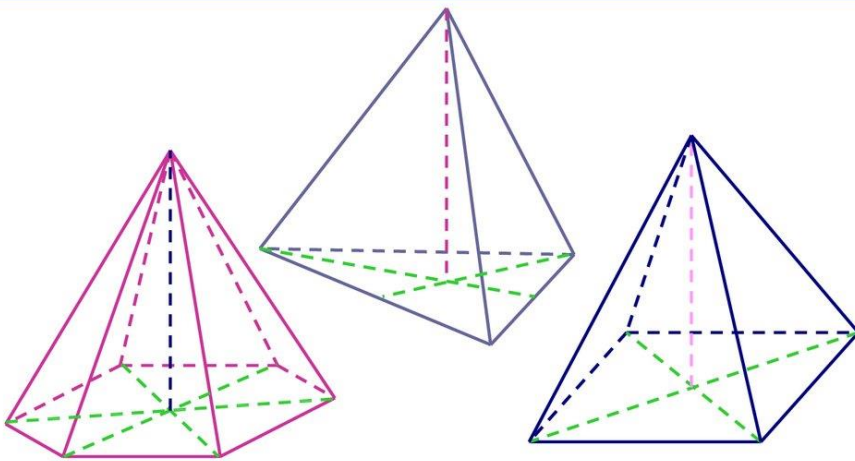
ГОТУЄМОСЬ ДО НМТ

**Дорожня карта з теми:
„Піраміда.”**

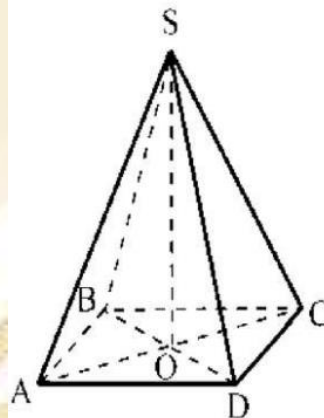
Укладач: Полоус Олена Миколаївна
Новгородівський ЗЗСО №10 ім. Тараса
Шевченка

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Піраміда – опуклий многогранник, який складається з плоского многокутника, точки, що не лежить в його площині і всіх відрізків, що сполучають дану точку з точками многокутника (основи).



Елементи піраміди



ABCD – основа піраміди

S – вершина піраміди

AB, BC, CD, DA – ребра основи

SA, SB, SC, SD – бічні ребра піраміди

SO – висота піраміди. **Висота піраміди** – перпендикуляр, опущений з вершини піраміди на площину основи.

Трикутники ASB, BSC, CSD, DSA – бічні грані піраміди

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

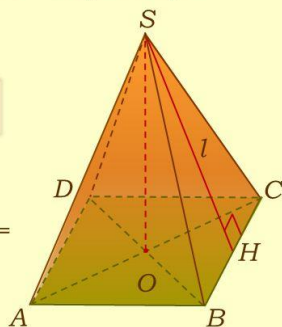
Теорема про площу бічної поверхні правильної піраміди

Площа бічної поверхні правильної піраміди дорівнює половині добутку периметра основи на апофему

$$S_{\text{біч}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot SH$$

Дов - я:

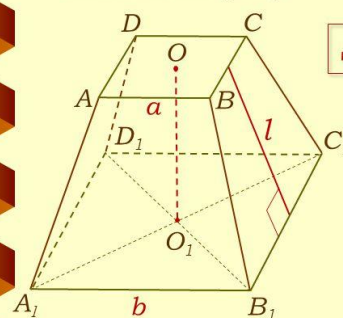
$$S_{\text{бок}} = (\frac{1}{2}al + \frac{1}{2}al + \frac{1}{2}al + \dots) = \frac{1}{2}l(a + a + a + \dots) = \frac{1}{2}Pl$$



Площа бічної поверхні правильної зрізаної піраміди

Площа бічної поверхні правильної зрізаної піраміди дорівнює добутку півсуми периметрів основ на апофему.

$$S_{\text{біч}} = \frac{1}{2}(P_{1\text{осн.}} + P_{2\text{осн.}}) \cdot l$$



Док - я:

$$\begin{aligned} S_{\text{біч}} &= (\frac{1}{2}(a+b)l + \frac{1}{2}(a+b)l + \dots) = \\ &= \frac{1}{2}l((a+a+\dots)+(b+b+\dots)) = \\ &= \frac{1}{2}(P_{1\text{осн.}} + P_{2\text{осн.}}) \cdot l \end{aligned}$$

Піраміда

Площа повної поверхні $S_{\text{п}} = S_{\text{осн}} + S_{\text{б}}$

$$\text{Об'єм } V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} H$$

Зрізана піраміда

(S_1 і S_2 — площі основ, h — висота)

Площа повної поверхні $S_{\text{п}} = S_1 + S_2 + S_{\text{б}}$

$$\text{Об'єм } V = \frac{1}{3} h (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$$

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Виконання завдання усно за готовим малюнком.

Задача №1

Дано:

$DABC$ – правильна піраміда,

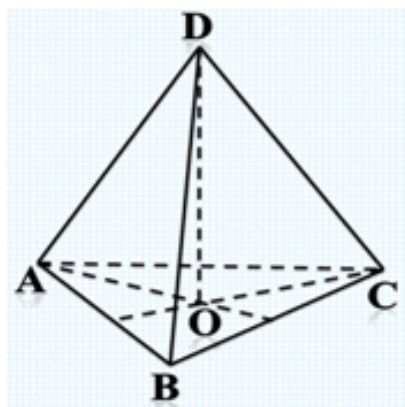
$AB=3; AD=2\sqrt{3}$.

Знайти:

а) $S_{\text{бок}}$;

б) AO ;

в) DO .



Розв'язання:

а) $S_{\Delta} = \frac{r^2 \sqrt{3}}{4}$ (використовується формула для обчислення площі

правильного трикутника)

$$AB = a = 3, \text{ маємо } S_{\Delta} = \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

б) $AO = R = \frac{2}{3}h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ (формула радіуса описаного кола через сторону

правильного трикутника)

$$AO = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

в) $DO = H = \sqrt{AD^2 - AO^2}$ (за теоремою Піфагора)

$$DO = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{12 - 3} = \sqrt{9} = 3.$$

Відповідь: а) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$, б) $\sqrt{3}$, в) 3.

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК



Задача №2

Дано: (Слайд 15-16)

FABCD – правильна піраміда

$$\angle FCO = 45^\circ; FO = 2$$

Знайти:

а) BD; б) AD; в) $S_{\text{осн}}$.

Розв'язання:

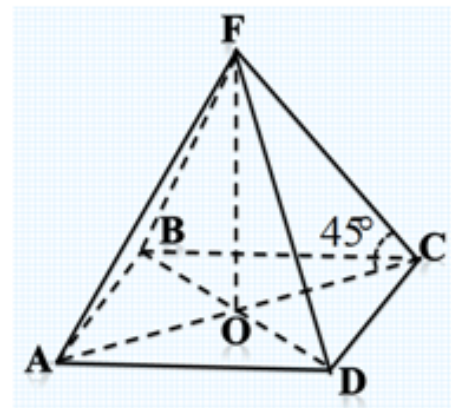
а) Розглянемо $\triangle FOC$, $\angle O = 90^\circ$, тому $\angle F = 45^\circ$, тому $\triangle FOC$ – рівнобедрений, $OC = FO = 2$.

б) $AC = 2OC = 4$. $d = AC = BD$ (за вл. діагоналей квадрата $d^2 = 2a^2$), тоді
 $AD = \frac{FC}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

в) ABCD – квадрат (піраміда правильна).

$$S_{\text{осн}} = AD^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8$$

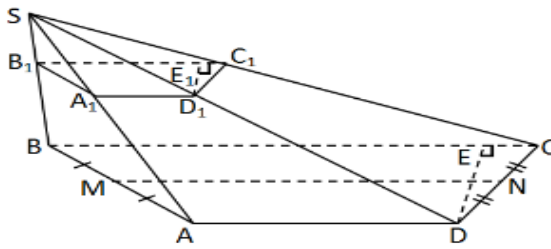
Відповідь: а) 4, б) $2\sqrt{2}$, в) 8.



ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

ТЕМА: Геометрія. Стереометрія. Многогранники.

Це завдання перевіряє знання властивостей піраміди, ознак паралельності та перпендикулярності прямих та площин у просторі, властивостей подібних фігур; уміння знаходити відстані у просторі.



Нехай $SABCD$ – піраміда. $ABCD$ – трапеція ($AD \parallel BC$), MN – середня лінія.

$SB \perp (ABC) \rightarrow SB$ – висота піраміди.

$MN = 5$ см, $SB = 2MN = 2 \cdot 5 = 10$ см.

Точка D_1 – середина SD .

$$\begin{cases} (SCD) D_1C_1 \parallel DC \\ (SAD) A_1D_1 \parallel AD \end{cases} \rightarrow (A_1D_1C_1) \parallel (ADC)$$

за ознакою паралельності площин.

$$(SBC) \perp (ABC) \rightarrow (A_1D_1C_1) \perp (SBC)$$

$$(ABC) \parallel (A_1D_1C_1).$$

Відстань від точки D_1 до площини (SBC) – висота трапеції $A_1D_1C_1D_1$.
($D_1E_1 \perp B_1C_1$).

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{основи}} \cdot H = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SB.$$

$$\frac{1}{3} S_{\text{основи}} \cdot 10 = 210, S_{\text{основи}} = 63 \text{ см}^2$$

$$S_{\text{основи}} = \frac{AD + BC}{2} \cdot DE = MN \cdot DE = 5 \cdot DE = 63, DE = 12,6 \text{ см.}$$

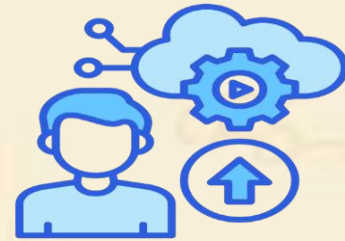
D_1 – середина SD .

$ABCD$ подібна $A_1B_1C_1D_1$ (за пропорційними сторонами)

$$k = \frac{1}{2} \text{ – коефіцієнт подібності.}$$

$$D_1E_1 = \frac{1}{2} DE = \frac{1}{2} \cdot 12,6 = 6,3 \text{ см.}$$

Відповідь: 6,3 см.



ВІДЕО БЛОК

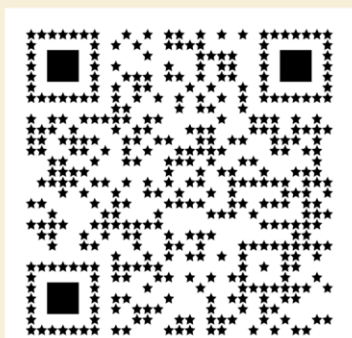


Скористайтесь порадами
з
відео розбору
завдань!

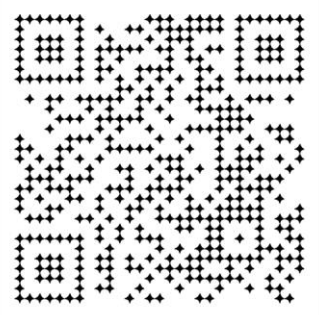


ТРЕНУВАЛЬНИЙ БЛОК

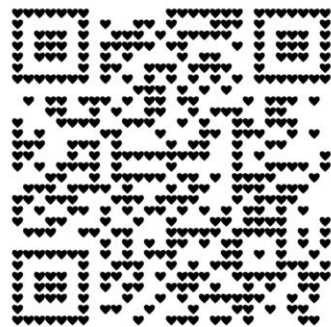
Запрошуємо вас скористатися
онлайн-тренажерами для
ефективної підготовки до НМТ з
математики — тренуйтеся,
перевіряйте знання та впевнено
йдіть до мети!



Скануйте мене!



Скануйте мене!



Скануйте мене!

САМОСТІЙНИЙ БЛОК

Піраміда перетнута площиною, паралельною основі. Площа основи дорівнює 1805 дм^2 , а площа перерізу дорівнює 5 дм^2 . У якому відношенні, рахуючи від вершин, площина перерізу ділить висоту піраміди?

Переріз, який проведено паралельно основі трикутної піраміди, ділить висоту піраміди у відношенні $3:6$, рахуючи від вершини. Обчисли площу перерізу, якщо площа основи дорівнює 243 дм^2 .

Основою піраміди є прямокутний трикутник з катетами 8 см і 15 см . Усі двогранні кути при основі рівні 60° . Обчисли висоту бічної грані піраміди.

Піраміда перетнута площиною, паралельною основі, яка ділить висоту піраміди у відношенні $4:8$, рахуючи від вершини. Обчисли площу основи, якщо площа перерізу дорівнює 48 дм^2 .

САМОСТІЙНИЙ БЛОК

Дах будинку має форму правильної чотирикутної піраміди, апофема якої 5 м, а висота 4 м. Скільки необхідно купити фарби, щоб покрити поверхню даху? Скільки буде коштувати

фарба? (Додаткові дані до задачі: Фарба для дахів Хімрезерв PRO

Panzer Червоно-коричневий шовковистий мат 3 кг. Ціна: 121.80 € / шт. Висирає від вершини до основи) — 2 м, а висота від вершини до основи — 1,5 м. Знайдіть площу матеріалу, необхідного для виготовлення бокових поверхонь палатки (без дна).

Упаковка для декоративного подарунка має форму правильної трикутної піраміди (тетраедра), у якої сторона основи — 10 см, а висота — 12 см. Обчисліть об'єм цієї упаковки.

Скляний дах у вигляді правильної чотирикутної піраміди встановлюється на квадратній основі зі стороною 4 м. Висота піраміди — 3 м. Скільки квадратних метрів скла потрібно для виготовлення бічних граней?

Для оздоблення саду замовили бетонну фігуру у формі правильної чотирикутної піраміди зі стороною основи 0,5 м і висотою 0,8 м. Знайдіть, скільки бетону (в м^3) потрібно для виготовлення однієї такої фігури.

САМОСТІЙНИЙ БЛОК

Фермер планує побудувати міні-теплицю у формі правильної чотирикутної піраміди з прозорого пластику. Дано:

Довжина сторони квадратної основи — 3 м

Висота піраміди — 4 м

Завдання:

Знайдіть площу основи теплиці.

Знайдіть апофему (висоту бічної грані).

Обчисліть площу одного бічного трикутника.

Знайдіть повну площу поверхні теплиці (без дна).

Скільки квадратних метрів матеріалу потрібно для виготовлення цієї теплиці?

Відомо, що піраміда Хеопса має приблизну висоту 146 м і сторону основи 230 м. Обчисліть орієнтовний об'єм цієї піраміди.

Художник створює інсталяцію у вигляді правильної п'ятикутної піраміди. Сторона основи — 1 м, висота піраміди — 2 м. Знайдіть об'єм інсталяції.

САМОСТІЙНИЙ БЛОК

Школяр створює зменшену модель піраміди Хеопса.

Оригінальна піраміда має: Висоту — 146 м

Сторону основи — 230 м

Масштаб моделі — 1:1000.

Завдання:

Якими будуть розміри моделі?

Знайдіть площу основи моделі.

Обчисліть об'єм моделі.

Скільки матеріалу (в см^2) потрібно для виготовлення бічних граней, якщо модель зроблена з тонкого пластику?

У міському парку встановили декоративний пам'ятник у формі правильної трикутної піраміди (тетраедра). Дано: Усі ребра піраміди мають довжину 6 м.

Завдання:

Знайдіть площу основи піраміди.

Знайдіть висоту піраміди (використайте формули для тетраедра).

Обчисліть об'єм пам'ятника.

Знайдіть площу всієї поверхні.

