

ГОТУЄМОСЬ ДО НМТ

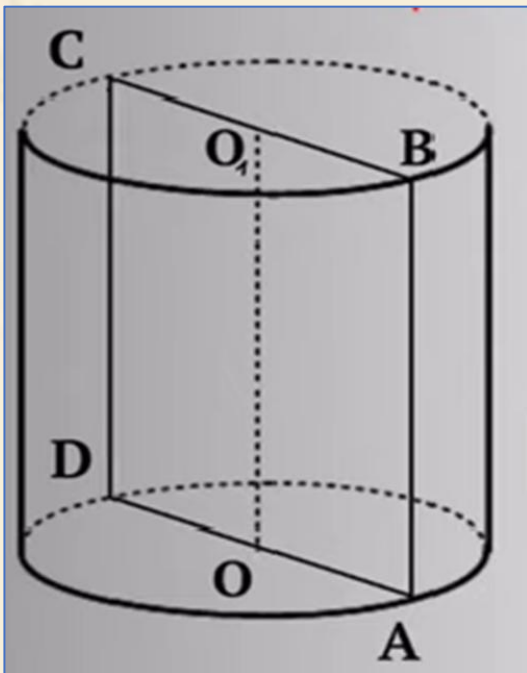
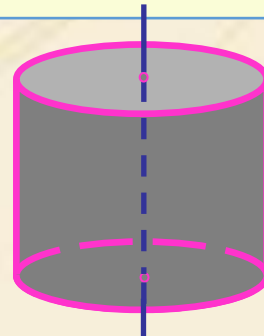
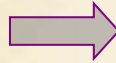
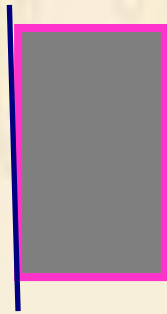
**ДОРОЖНЯ КАРТА
З ТЕМИ:
«ЦИЛІНДР.»**

Укладач: Гопко Олена Віталіївна

Новодонецький ЗЗСО І-ІІІ ступенів № 16
Новодонецької селищної ради
Донецької області

ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Циліндр – геометричне тіло, утворене обертанням прямокутника навколо осі, що містить одну з його сторін.



OO_1 – вісь циліндра

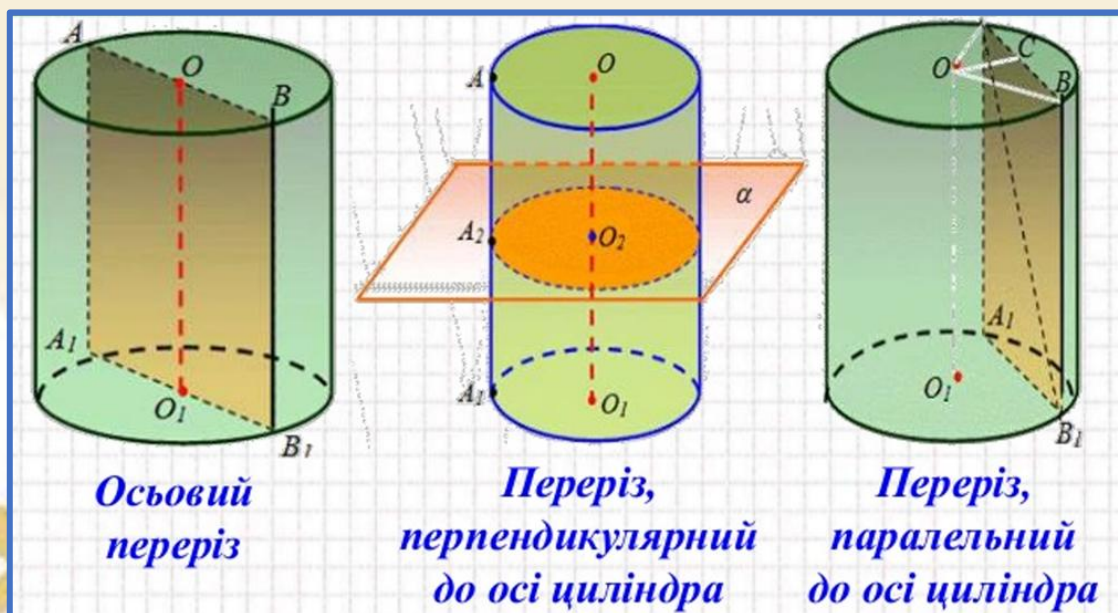
$OA = R$ – радіус основи

$OO_1 = H$ – висота

AB і CD – твірні

$AB = CD = OO_1$

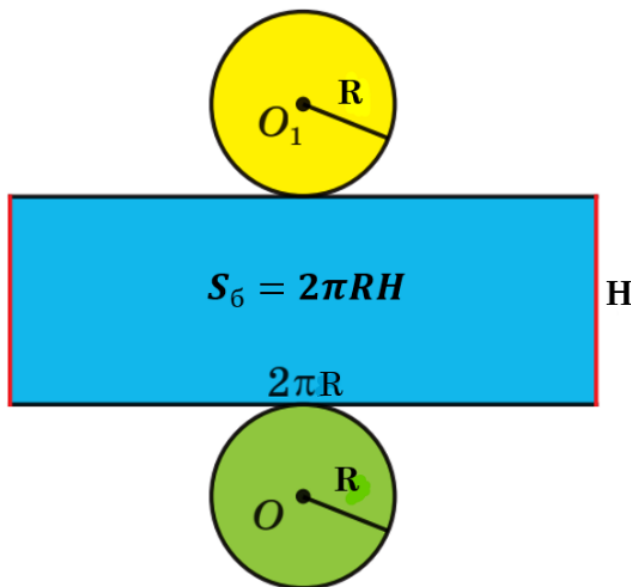
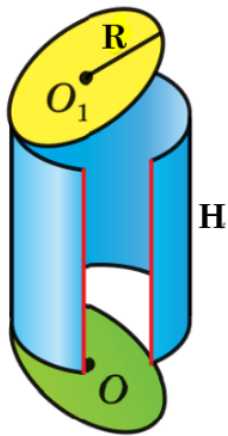
$ABCD$ – осьовий переріз (прямокутник)



ТЕОРЕТИЧНИЙ БЛОК

Поверхня циліндра

$$S_{\Pi} = S_{\text{б}} + 2S_{\text{осн}}$$



$S_{\text{б}} = 2\pi RH$ – площа бічної поверхні

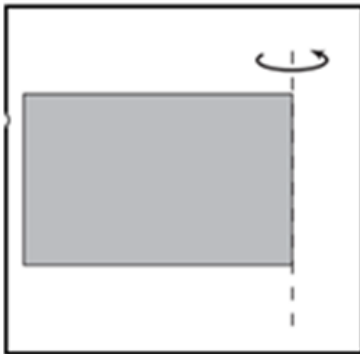
$S_{\text{осн}} = \pi R^2$ – площа основи (круг)

$S_{\text{повна}} = S_{\text{б}} + 2S_{\text{осн}}$ – площа повної поверхні

$V = \pi R^2 H$ – об'єм

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Прямокутник із сторонами 8 см і 10 см обертається навколо меншої сторони (див. рисунок). Знайдіть площу повної поверхні отриманого тіла обертання.



РОЗВ'ЯЗАННЯ

При обертанні прямокутника утворюється циліндр, радіус основи якого більша сторона, тобто 10 см, а висота – менша, тобто 8 см.

$$R = 10 \text{ см}, H = 8 \text{ см.}$$

Площа бічної поверхні циліндра:

$$S_{\text{б}} = 2\pi RH = 2\pi \cdot 10 \cdot 8 = 160\pi \text{ (см}^2\text{)}.$$

Площа основи циліндра:

$$S_{\text{осн}} = \pi R^2 = \pi \cdot 10^2 = 100\pi \text{ (см}^2\text{)}.$$

Площа повної поверхні циліндра:

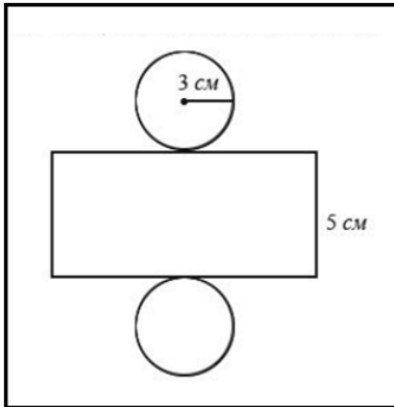
$$S_{\text{повна}} = S_{\text{б}} + 2S_{\text{осн}} = 160\pi + 2 \cdot 100\pi = 360 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Відповідь: 360 см².

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

На рисунку зображено розгортку циліндра. Знайдіть його об'єм.

РОЗВ'ЯЗАННЯ



Об'єм циліндра знаходимо за формулою: $V = \pi R^2 H$, де R – радіус основи, H – висота циліндра.

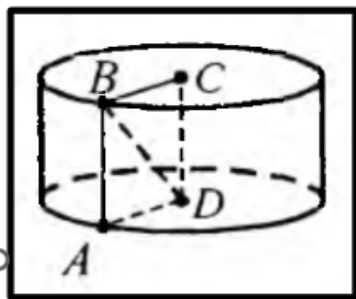
$R = 3$ см, $H = 5$ см.

$$V = \pi 3^2 5 = 45\pi \text{ (см}^3\text{)}.$$

Відповідь: $45\pi \text{ см}^3$.

Знайти площу бічної поверхні циліндра, утвореного обертанням квадрата з діагоналлю $5\sqrt{2}$ см навколо сторони.

РОЗВ'ЯЗАННЯ



Дано: $ABCD$ – квадрат

$$BD = 5\sqrt{2} \text{ см}$$

$$AD = R$$

Знайти: $S_{\text{біч}}$

Розв'язання.

$$\text{З } \triangle BAD (\angle A = 90^\circ) \text{ маємо: } R^2 + R^2 = (5\sqrt{2})^2,$$

$$2R^2 = 50, R^2 = 25 \text{ (см}^2\text{)}, R = 5 \text{ (см)}.$$

$$S_{\text{біч}} = 2\pi RH$$

$$H = AB = R = 5 \text{ (см)}.$$

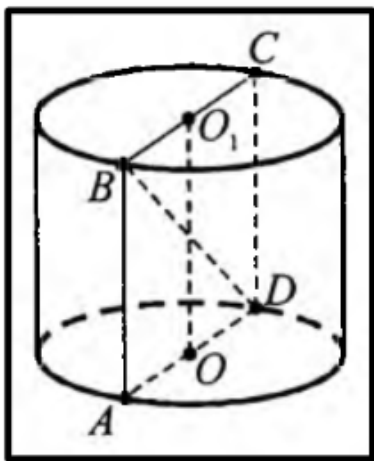
$$\text{Отже, } S_{\text{біч}} = 2\pi \cdot 5 \cdot 5 = 50\pi \text{ (см}^2\text{)}.$$

Відповідь: $50\pi \text{ см}^2$.

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Об'єм циліндра дорівнює $8\pi\sqrt{5}$ см³, а його висота - $2\sqrt{5}$ см.
Знайти діагональ осового перерізу.

РОЗВ'ЯЗАННЯ



Дано: циліндр

$$V = 8\pi\sqrt{5} \text{ см}^3$$

$$AB = H = 2\sqrt{5} \text{ см}$$

$ABCD$ – осовий переріз

Знайти: BD

Розв'язання.

Осовим перерізом циліндра є прямокутник, одна сторона якого дорівнює діаметру основи, а інша – висоті циліндра. $V_{\text{циліндра}} = \pi R^2 H$.
Нехай перерізом є прямокутник $ABCD$, у якому

$$AB = H = 2\sqrt{5} \text{ см}, O_1B = R.$$

Тоді одержимо $8\pi\sqrt{5} = \pi R^2 \cdot 2\sqrt{5}$, звідки $R^2 = 4$ (см²); $R = 2$ (см).

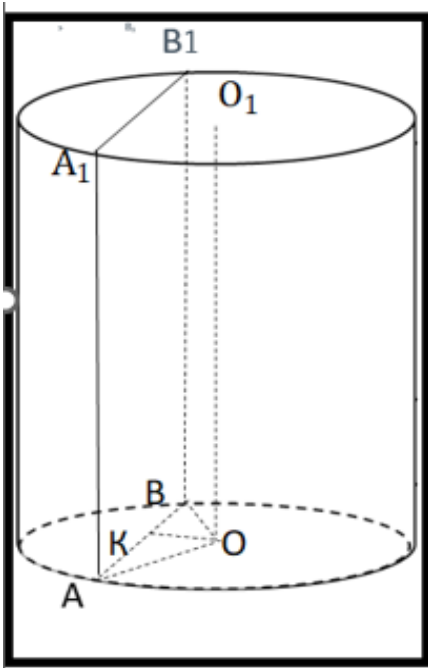
Проведемо діагональ BD . Із $\triangle ABD$ ($\angle A = 90^\circ$) маємо:

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 + 4^2} = \sqrt{20 + 16} = \sqrt{36} = 6 \text{ (см)}.$$

Відповідь: 6 см.

ПРАКТИЧНИЙ БЛОК

Паралельно осі циліндра, радіус основи якого дорівнює 10 см, а висота - 12 см, проведено переріз, що є квадратом. Знайдіть відстань від осі циліндра до площини перерізу.



РОЗВ'ЯЗАННЯ

Дано циліндр, OO_1 - висота, $OO_1 = 12$ см, OA - радіус основи, $OA = 10$ см, ABB_1A_1 - переріз, який є квадратом, $(ABB_1) \parallel OO_1$. OK - відстань від осі циліндра до площини перерізу, отже $OK \perp (ABB_1)$, тобто $OK \perp AB$. Знайдемо OK .

$AB = AA_1 = OO_1 = 12$ см (ABB_1A_1 - квадрат, $(ABB_1) \parallel OO_1$, AA_1 - твірна).

Розглянемо $\triangle ABO$: $OA = OB = R = 10$ см, OK - висота, медіана, бісектриса рівнобедреного трикутника.

Тобто, $AK = KB$, $AK = \frac{1}{2}AB = 6$ (см).

За теоремою Піфагора з $\triangle AOK$ знайдемо OK :

$$OK = \sqrt{AO^2 - AK^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ (см)}.$$

Відповідь: 8 см.

ВІДЕО БЛОК



**Скористайтесь
порадами з
відео розбору
завдань!**



ТРЕНУВАЛЬНИЙ БЛОК

**Запрошуємо вас
скористатися онлайн-
тренажерами для
ефективної підготовки
до НМТ з математики —
тренуйтеся, перевіряйте
знання та впевнено
йдіть до мети!**



САМОСТІЙНИЙ БЛОК

1. Прямокутник зі сторонами 4 см і 3 см обертається навколо більшої сторони. Знайдіть довжину діаметра циліндра, що при цьому утворився.

А	Б	В	Г	Д
3 см	4 см	6 см	7 см	8 см

2. Діагональ осового перерізу циліндра дорівнює 17 см, а радіус основи циліндра дорівнює 4 см. Знайдіть висоту циліндра.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{353}$ см	16 см	$\sqrt{273}$ см	15 см	8 см

3. Діагональ осового перерізу циліндра дорівнює 15 см, а висота циліндра – 9 см. Знайдіть радіус основи циліндра.

А	Б	В	Г	Д
4 см	6 см	8 см	12 см	$\sqrt{306}$ см

4. Осовим перерізом циліндра є квадрат, площа якого дорівнює 4 см^2 . Знайдіть об'єм циліндра.

А	Б	В	Г	Д
$2\pi \text{ см}^3$	$4\pi \text{ см}^3$	$6\pi \text{ см}^3$	$8\pi \text{ см}^3$	$16\pi \text{ см}^3$

5. Діагональ осового перерізу циліндра дорівнює $6\sqrt{2}$ см і утворює кут 45° з площиною основи. Знайдіть об'єм циліндра.

А	Б	В	Г	Д
$135\pi \text{ см}^3$	$216\pi \text{ см}^3$	$27\pi \text{ см}^3$	$54\pi \text{ см}^3$	$108\pi \text{ см}^3$

6. Площа бічної поверхні циліндра дорівнює $30\pi \text{ см}^2$, а площа основи – $9\pi \text{ см}^2$. Знайдіть висоту циліндра.

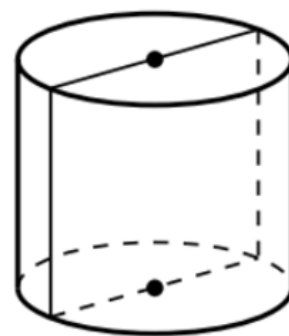
А	Б	В	Г	Д
10 см	2,5 см	5 см	$3\frac{1}{3}$ см	$4\frac{2}{3}$ см

САМОСТІЙНИЙ БЛОК

Завдання на встановлення відповідності

7. На малюнку зображено циліндр, у якого радіус основи на 1 довший за висоту, а діагональ осового перерізу дорівнює 13. Установіть відповідність між геометричною величиною (1–4) та її числовим значенням (А–Д).

Геометрична величина	Числове значення
1 площа основи циліндра	А 36π
2 площа бічної поверхні циліндра	Б 180π
3 площа повної поверхні циліндра	В 25π
4 об'єм циліндра	Г 132π
	Д 60π



8. Радіус циліндра дорівнює 6 см, а площа його бічної поверхні втричі більша за площу основи.
1. Знайдіть висоту циліндра (у см).
 2. Знайдіть об'єм V циліндра (у см^3). У відповідь запишіть значення величини $\frac{V}{\pi}$.
9. Висота циліндра дорівнює 10 см, а площа його бічної поверхні у 4 рази більша за площу основи.
1. Знайдіть радіус основи циліндра (у см).
 2. Знайдіть об'єм V циліндра (у см^3). У відповідь запишіть значення величини $\frac{V}{\pi}$.

САМОСТІЙНИЙ БЛОК

10. Хорда основи циліндра дорівнює 8 см і віддалена від центра основи на 3 см. Відрізок, що сполучає центр іншої основи із серединою даної хорди, утворює з площиною основи кут 45° . Знайдіть об'єм V циліндра (у см^3). У відповідь запишіть значення величини $\frac{V}{\pi}$.

11. Хорда основи циліндра дорівнює $4\sqrt{3}$ см і стягує дугу 120° . Відрізок, що сполучає один з кінців хорди із центром іншої основи, утворює з площиною основи кут 45° . Знайдіть площу S повної поверхні циліндра (у см^2). У відповідь запишіть значення величини $\frac{S}{\pi}$.

12. У прямокутній системі координат у просторі задано циліндр, осьовим перерізом якого є квадрат $ABCD$. Точки $K(3; -5; 7)$ і $M(11; 1; -3)$ є серединами сторін AD і CD відповідно. Обчисліть площу S бічної поверхні цього циліндра. У відповідь запишіть значення $\frac{S}{\pi}$.

13. У прямокутній системі координат у просторі задано циліндр, осьовим перерізом якого є прямокутник $ABCD$, $C(7; 1; 3)$. Висота AB циліндра вдвічі менша за AD . Точка $O(2; -3; 6)$ ділить відрізок AD навпіл. Обчисліть площу S повної поверхні цього циліндра. У відповідь запишіть значення $\frac{S}{\pi}$.

САМОСТІЙНИЙ БЛОК

Номер завдання	Правильна відповідь
1	В
2	Г
3	Б
4	А
5	Г
6	В
7	1. - А, 2 - Д, 3 - Г, 4 - Б
8	1. 9 2. 324
9	1. 5 2. 250
10	75
11	64
12	400
13	100